ACADÉMIE DES SCIENCES.

SEANCE DU LUNDI 14 OCTOBRE 1929.

PRÉSIDENCE DE M. Louis MANGIN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** souhaite la bienvenue à M. **Démétrius Eginitis**, président de l'Académie d'Athènes, qui assiste à la séance.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Deux exemples nouveaux de caractères morphologiques dépendant des conditions extérieures.* Note de M. **Marin Molliard**.

Bien qu'on ait signalé un grand nombre de cas démontrant que la structure des végétaux est, pour une part, sous la dépendance des conditions variées dont l'ensemble constitue le milieu extérieur, il ne me paraît pas inutile de rapporter dans cette Note deux exemples particulièrement frappants de cette action, car ils correspondent à des variations de caractères considérés jusqu'à présent comme peu ou point sensibles aux variations ambiantes.

I. *Pilosité anormale déterminée expérimentalement.* — L'épiderme de la face interne de la gousse du Pois reste lisse jusqu'à la maturité du fruit, ses cellules, comme celles de l'épiderme externe, se développant d'une manière sensiblement égale suivant leurs trois directions. Tout change si l'on amène l'épiderme interne à se développer à l'air libre, comme je l'ai réalisé pour des gousses de Pois de la variété *Caractacus;* il suffit pour cela de sectionner les fruits alors qu'ils sont déjà bien développés, mais présentent encore leurs deux valves appliquées l'une contre l'autre; on détache par exemple une faible portion de la région qui comprend la nervure médiane de la feuille

carpellaire et on laisse l'organe poursuivre sa croissance; la section pratiquée amène les deux valves à se séparer assez rapidement l'une de l'autre et l'on ne tarde pas à constater que les faces internes se couvrent de nombreux poils; le développement de ces derniers est si considérable qu'au bout de quelques jours ils donnent aux organes l'aspect très inattendu d'un feutre épais. Les poils se forment aux dépens de chacune des cellules épidermiques qui s'allongent jusqu'à acquérir une longueur de $0^{mm},8$ à 1^{mm}, l'épaisseur du reste du limbe ne dépassant pas $1^{mm},1$; les cellules qui subissent cet allongement considérable se divisent à plusieurs reprises et peuvent présenter jusqu'à 5 cloisons transversales, sans jamais se ramifier d'ailleurs.

A quoi rapporter cette réaction du tissu épidermique normalement interne? La première idée qui vienne à l'esprit est qu'il s'agit d'une modification de l'état hygrométrique, consécutive à la section pratiquée; sur certaines gousses sectionnées d'une manière bien rectiligne, les bords des deux valves, au lieu de s'écarter, se soudent et rétablissent la cavité interne du fruit; on observe alors quelques poils au voisinage immédiat de la cicatrisation, mais rien qui ressemble au feutrage que nous avons observé sur les valves restant séparées; je compte revenir sur la cause précise de cette pilosité remarquable, me contentant pour l'instant de signaler les conditions globales qui permettent de la provoquer.

II. *Panachure obtenue par voie expérimentale.* — Le second cas de déterminisme d'un caractère morphologique, plus frappant encore que le précédent, se rapporte à un changement de coloration des pétales de l'œillette blanche (*Papaver somniferum album*); on sait que les pétales de cette variété sont normalement, au moment de l'anthèse, d'un blanc absolument pur, ce qui correspond à l'absence de tout pigment; or, si l'on vient à ouvrir les boutons d'une manière prématurée, en écartant les deux sépales, on amène les organes internes à poursuivre leur développement dans des conditions différentes des conditions normales et le résultat se traduit par l'apparition de zones rouges qui rendent les pétales panachés.

C'est au cours de mes essais de production de galles, consistant à injecter divers liquides dans la cavité ovarienne, que j'ai été amené tout d'abord à constater le fait; les fleurs dont j'avais écarté les sépales et les pétales n'ayant pas encore atteint leur taille définitive apparaissaient, au bout de quelques jours, avec deux sortes de taches, les unes brunes, correspondant nettement à des régions froissées et à une dégénérescence plus ou moins étendue des cellules; les autres, de nombre et d'étendue variables, étaient d'un rouge violacé comme le sont les pétales de différentes variétés horticoles de la même espèce.

Quelle est la cause de cette apparition d'anthocyane? Il est facile de montrer que le traumatisme subi par le pistil n'intervient en aucune façon; de même si l'on détermine le froissement, par des compressions, même énergiques, à l'intérieur du calice maintenu fermé, on n'observe lors de l'anthèse aucune apparition de pigment rouge, mais seulement les taches brunes que j'ai signalées. On peut aussi éliminer l'action des traumatismes en s'adressant à de très jeunes boutons, mesurant environ $1^{cm},5$ de long (leur taille atteignant $4\text{-}5^{cm}$ au moment de la floraison) et en sectionnant les sépales transversalement suivant leur équateur; les étamines et les pétales échappent, à ce stade de développement, au sectionnement et peuvent ainsi continuer leur développement à l'air libre sans avoir subi aucun traumatisme; on constate que, dans ces conditions, les pétales acquièrent une panachure très constante et très marquée.

On observe d'ailleurs que la panachure est nettement plus accentuée, pour les pétales se développant à l'air libre, dans les régions les plus fortement éclairées, et qu'elle peut ne pas apparaître dans les zones qui restent protégées vis-à-vis de la lumière directe par les sépales, quand ces derniers ne sont pas totalement supprimés.

C'est donc à la lumière qu'il convient en définitive de rapporter la formation du pigment, et cela cadre avec un grand nombre de faits de physiologie normale; mais cette faculté n'existe pour les pétales de l'œillette blanche qu'à un stade assez jeune, précédant l'anthèse de quelques jours; lorsque la fleur s'ouvre normalement ses pétales ont perdu la propriété de se pigmenter, vraisemblablement parce qu'il y a discordance entre le moment où la lumière présente une intensité à laquelle elle est capable d'agir et le moment où existent les substances chimiques dont dérive le pigment.

CHIMIE PHYSIQUE. — *La corrosion des alliages d'aluminium dans la vapeur d'eau surchauffée*. Note [1] de MM. **Léon Guillet** et **Ballay**.

Au cours de recherches sur la détérioration des métaux par la vapeur d'eau surchauffée, nous nous sommes proposé de préciser le mécanisme de la corrosion des alliages d'aluminium et de comparer le degré de résistance à cette action de différents alliages d'aluminium industriels. Poursuivant notre étude [2] de l'influence de la pureté de l'aluminium sur son attaqua-

---

[1] Séance du 7 octobre 1929.

[2] L. Guillet et M. Ballay, *Comptes rendus*, 187, 1928, p. 585.

bilité, nous avons aussi cherché comment se comportait l'aluminium très pur dans la vapeur.

Les métaux ou alliages étudiés ont été soumis, sous forme de plaquettes, à l'action de la vapeur surchauffée, soit au repos, dans un ballon sécheur, soit en mouvement, dans le collecteur de vapeur d'une chaudière industrielle. La corrosion a été évaluée par pesée des éprouvettes et par examen au microscope métallographique.

Le tableau ci-dessous donne la composition des alliages étudiés et l'augmentation de poids d'échantillons de mêmes dimensions au cours d'une des séries d'essais dans de la vapeur animée d'une vitesse moyenne de 30 à 35^{m} par seconde. Les échantillons étaient constitués par des plaquettes carrées de 30^{mm} de côté, percées au centre d'un trou de 8^{mm} de diamètre, par lequel passait une tige métallique servant à la fixation. Les échantillons étaient isolés l'un de l'autre et de la tige par de l'amiante, la vapeur passant librement entre les plaquettes.

Le courant de vapeur était sensiblement parallèle aux grandes faces des plaquettes.

La durée de l'essai a été de 34 jours, la vapeur ne circulant que 9 heures par jour et la chaudière étant arrêtée le reste du temps.

La température a varié entre 300 et 350°.

Marques des échantillons.	Épaisseur des plaquettes.	Nature de l'alliage.	Composition chimique.							Augmentation de poids en grammes.
	mm		Si.	Fe.	Cu.	Mg.	Mn.	Cd.	Al.	
A......	1,5	Al très pur	–	–	–	–	–	–	99,87	Échantillon entièrement détruit
B......	1,5	Al laminé	0,47	0,72	–	–	–	–	–	Diff. 0,074
C......	4,5	Al laminé	0,37	0,77	–	–	–	–	–	id. 0,766
D......	4,5	Al fondu	0,42	0,83	–	–	–	–	–	id. 0,127
E......	4,5	Alliage à 8 % Cu fondu	0,45	0,87	7,80	–	–	–	–	id. 0,321
F......	3,5	Duralumin fondu	–	–	4	0,5	0,5	–	–	id. 0,236
G......	4,5	Alpax fondu	13,08	0,63	–	–	–	–	–	id. 0,069

Des différentes séries d'essais que nous avons effectuées, on peut tirer les conclusions suivantes :

1° La détérioration des alliages d'aluminium dans la vapeur surchauffée se fait par transformation en alumine et se propage par les joints des grains. Comme les éléments qui ne sont pas en solution solide dans l'aluminium se trouvent rassemblés à la limite des grains ($FeAl^3$, Si, Al^2Cu, etc.) on pourrait croire qu'ils jouent un rôle important dans la marche de la corrosion.

Il semble toutefois que l'attaque ne porte pas spécialement sur eux, mais sur leur voisinage immédiat : c'est ainsi que le microscope montre pour l'alliage E à 7,80 pour 100 de cuivre des particules du constituant Al^2Cu intactes au milieu de zones très fortement attaquées.

2° Les échantillons d'aluminiun très pur sont de beaucoup les plus attaqués. Dans le courant de vapeur leur destruction a été totale; il ne restait plus qu'un peu d'alumine pulvérulente au voisinage de la tige centrale du support. L'altération très rapide de l'aluminium pur n'est pas due à l'érosion par la vapeur que favoriserait une faible résistance mécanique; on a remarqué, en effet, que l'altération, bien que plus lente, était encore relativement rapide dans la vapeur au repos. Il importe de remarquer que les impuretés de l'aluminium, fer et silicium, qui augmentent généralement la corrosion dans les solutions aqueuses, diminuent au contraire très nettement l'attaque par la vapeur. Dans les solutions aqueuses, le phénomène est surtout de nature électrochimique, alors qu'il paraît être purement chimique dans la vapeur.

3° L'alliage à 13 pour 100 de silicium (alpax) s'est toujours montré le moins attaquable des alliages étudiés. La détérioration en réseau est cependant visible au microscope.

4° Le classement par résistance à la corrosion des autres alliages étudiés n'a pas toujours été le même dans les différentes séries d'essais. Sans tirer de conclusions définitives, on peut remarquer, dans le tableau ci-dessus, que pour les aluminium commerciaux B, C et D (auxquels on peut joindre l'aluminium pur) la corrosion augmente, lorsque la teneur en silicium décroît. Il est probable que la corrosion dans la vapeur est fonction, non seulement de la composition chimique, mais aussi de la structure et de toute l'histoire thermique et mécanique de l'éprouvette.

Nos recherches continuent.

M. d'Ocagne fait hommage à l'Académie d'un Ouvrage du Commandant F. Ollivier, *La Topographie sans topographes*, dont il a écrit la *Préface*. Cet Ouvrage est un traité complet des levés effectués par la photographie et de la transformation automatique des clichés obtenus en cartes cotées, où toutes les questions se rapportant à cet art très spécial sont approfondies à la fois sous le rapport géométrique, physique, physiologique et historique.

M. L. Guillet fait hommage à l'Académie du *Compte rendu des fêtes du Centenaire* (1929) *de l'École centrale des Arts et Manufactures*.

CORRESPONDANCE.

M. le **Ministre de la Guerre** fait savoir à l'Académie qu'il a nommé M. *H. Le Chatelier* et M. *H. Deslandres* membres du Conseil de perfectionnement de l'École polytechnique pour l'année scolaire 1929-1930.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° *Dictionnaire de Biographie française*, sous la direction de J. Balteau, A. Rastoul et M. Prevost. Fascicule I : *Aage-Achard*.

2° *Theory and Practice of Pendulum Observations at Sea*, by F. A. Vening Meinesz.

3° H. Duchaussoy. *Les anciens vignobles de la région de Meudon*.

4° Louis Vialleton. *L'origine des êtres vivants. L'illusion transformiste*. (Présenté par M. E.-L. Bouvier.)

MM. **G. Darzens**, **M. Delépine** prient l'Académie de vouloir bien les compter au nombre des candidats à la place vacante dans la Section de Chimie par le décès de M. *Ch. Moureu*.

LOGIQUE MATHÉMATIQUE. — *Sur le problème fondamental des Mathématiques*. Note de M. **Herbrand**, présentée par M. Hadamard.

1. On peut considérer que le problème fondamental des Mathématiques est le suivant [1] :

Problème A. — *Quelle est la condition nécessaire et suffisante pour qu'un théorème soit vrai dans une théorie déterminée n'ayant qu'un nombre fini d'hypothèses? Si ce théorème est vrai, quelle est sa démonstration?*

On peut en effet toujours s'arranger pour construire toutes les théories

[1] Nous renvoyons aux deux Notes suivantes : *Comptes rendus*, **186**, 1928, p. 1274. et **188**, 1929, p. 1076, que nous désignerons respectivement par A et B.

mathématiques classiques dans des théories n'ayant qu'un nombre fini d'hypothèses [1] (un exemple en est la théorie de Neumann, donnant une nouvelle axiomatique de la théorie des ensembles; voir *Journal fur reine und angew. Math.*, 154, 1925, p. 219). D'ailleurs, même dans une théorie ayant une infinité d'hypothèses, on n'en utilise jamais qu'un nombre fini pour démontrer un théorème particulier, mais on ne sait pas d'avance lesquelles.

Les résultats déjà indiqués dans une Note précédente (B) permettent de montrer que ce problème est équivalent au suivant :

PROBLÈME B. — *Considérons un ensemble dénombrable d'éléments a_0, a_1, a_2, ..., a_n, ...; et un nombre fini de fonctions $f_i(x_1 x_2 \ldots x_{n_i})$ $(i=1, 2, \ldots, p)$, dont les arguments et les valeurs sont des éléments de cet ensemble. Supposons :*

1° *Que $f_i(a_{m_1} a_{m_2} \ldots a_{m_{n_i}})$ et $f_j(a_{r_1} a_{r_2} \ldots a_{r_{n_j}})$ ne puissent être égales que si*

$$i=j, \quad m_1=r_1, \quad m_2=r_2, \quad \ldots, \quad m_{n_i}=r_{n_j}.$$

2° *Que tout élément soit la valeur d'une fonction obtenue en combinant nos fonctions par substitution, et dont tous les arguments soient a_0* [2].

Étant donnée une collection quelconque composée d'un nombre fini de systèmes de n éléments $a_{i_1} a_{i_2} \ldots a_{i_n}$, peut-on faire correspondre à chaque système de la collection un des nombres 1, 2, ..., k, de telle manière que soient réalisées certaines conditions déterminées dont chacune aura la forme suivante :

« *b_1, b_2, ..., b_n* et *c_1, c_2, ..., c_n, étant deux de ces systèmes, identiques ou différents, si un système déterminé d'égalités de la forme*

$$f_i(b_{j_1} b_{j_2} \ldots b_{j_{n_i}}) = f_{i'}(c_{j'_1} c_{j'_2} \ldots c_{j'_{n_{i'}}})$$

est vérifié, les nombres correspondant à b_1, b_2, ..., b_n et c_1, c_2, ..., c_n ne peuvent former que certains couples déterminés de nombres. »

---

[1] La plupart des théories mathématiques habituelles ont des hypothèses contenant des propositions indéterminées, qui donnent naissance à une infinité d'hypothèses particulières quand on particularise ces propositions (*exemples :* l'axiome d'induction totale; les axiomes par lesquels on peut remplacer l'axiome de réductibilité quand on veut le formaliser; voir A). Mais, si l'on veut, on peut toujours dans la pratique remplacer ces théories par d'autres n'ayant qu'un nombre fini d'hypothèses.

[2] On peut réaliser ces conditions en supposant que a_n est l'entier n, les f_i étant des polynomes convenables; on voit dès lors que notre problème est une généralisation directe des problèmes diophantiens.

Si la correspondance cherchée est impossible pour une certaine collection, quelle est cette collection (¹)?

Nous devons donc considérer ce dernier problème comme le plus important de ceux qui se posent actuellement en mathématiques. On se rendra compte de sa difficulté, quand nous dirons qu'il suffit de particulariser ses données, pour tomber sur le problème de la résolution effective d'une équation diophantienne quelconque. Mais nous sommes du moins, maintenant, en face d'un problème déterminé purement mathématique. Il faut cependant remarquer que, pour être valable, son étude ne doit faire usage que de modes de raisonnement « métamathématiques », caractérisés par le fait qu'il est possible de les répéter, dans chaque cas particulier, en ne faisant usage que d'éléments que l'on connaisse effectivement, et de propriétés dont on puisse effectivement vérifier la vérité ou la fausseté. Cependant on pourrait étudier ce problème en utilisant toutes les méthodes d'une théorie mathématique déterminée, à condition toutefois d'avoir d'avance démontré métamathématiquement que cette théorie n'est pas contradictoire.

2. Supposons désormais que l'on ait résolu le problème précédent. Désignons par R la théorie que développent Russell et Whitehead dans les *Principia mathematica*, en y supposant vrais les axiomes multiplicatifs et de l'infini. (On pourrait d'ailleurs la remplacer dans ce qui suit par d'autres théories moins étendues.)

a. Dans l'étude du problème A, on a évidemment supposé que l'on ne faisait usage que des procédés de raisonnements ordinaires [plus exactement : de ceux que nous avons énumérés dans la Note A (voir un errata dans la Note B) et de ceux qu'on en peut déduire]. Supposons que l'on se serve en outre de nouvelles règles de raisonnements. Alors, on peut démontrer que R *deviendrait contradictoire*. (Cependant il n'est pas encore démontré qu'avec les règles ordinaires de raisonnement, R ne le soit pas.)

b. Supposons de plus que l'on ait démontré que R n'était pas contradictoire; alors, on peut en déduire un résultat général, dont voici un cas particulier : *Si l'on a pu démontrer un théorème arithmétique en faisant usage de nombres incommensurables, ou de fonctions analytiques, on peut aussi le démontrer en ne se servant que d'éléments purement arithmétiques* (entiers, fonctions définies par récurrence). Exemple : le théorème de Dedekind sur les nombres premiers; la théorie du corps de classes.

(¹) On peut toujours vérifier, sur toute collection particulière, si cette correspondance est possible ou non.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *La généralisation de la formule de Jacobi, concernant le déterminant, formé des solutions d'un système d'équations différentielles linéaires.* Note de M. **J. A. Lappo-Danilevski**, présentée par M. Hadamard.

Soit $X = \|\{X\}_{kl}\|$ une substitution arbitraire du degré n. La matrice $\mathcal{D}^{(p)}(X)$ du degré $\frac{n(n-1)\ldots(n-p+1)}{1.2\ldots p}$ dont les éléments sont les déterminants

$$(1) \qquad \{\mathcal{D}^{(p)}(X)\}_{\substack{k_1 l_1 \\ \ldots \\ k_p l_p}} = \begin{vmatrix} \{X\}_{k_1 l_1} & \ldots & \{X\}_{k_1 l_p} \\ \ldots & \ldots & \ldots \\ \{X\}_{k_p l_1} & \ldots & \{X\}_{k_p l_p} \end{vmatrix}$$

$[p = 1, \ldots, n; k_1, \ldots, k_p, l_1, \ldots, l_p = 1, \ldots, n; k_1 < \ldots < k_p; l_1 < \ldots < l_p]$, formés des éléments de la substitution X, sera nommée « matrice déterminante d'ordre p » de cette substitution. Les combinaisons $(k_1, \ldots, k_p)$ et $(l_1, \ldots, l_p)$ jouent le rôle des deux indices vis-à-vis des éléments de la matrice $\mathcal{D}^{(p)}(X)$. La distribution de ces indices en séries simples est arbitraire, mais elle doit rester la même pour les premières et les secondes combinaisons. La matrice $\mathcal{D}^{(1)}(X)$ se réduit à la substitution X. L'élément unique de la matrice $\mathcal{D}^{(n)}(X)$ est le déterminant de la substitution X. Pour les deux substitutions arbitraires X_1 et X_2 du degré n, on a l'identité

$$\mathcal{D}^{(p)}(X_1 X_2) = \mathcal{D}^{(p)}(X_1)\,\mathcal{D}^{(p)}(X_2) \qquad (p = 1, \ldots, q).$$

Désignons par

$$\{\mathcal{D}_q^{(p)}(X)\}_{\substack{k_1 l_1 \\ \ldots \\ k_p l_p}} \qquad (q = 1, \ldots, p)$$

le déterminant (1), où tous les éléments, sauf les éléments de la $q^{\text{ième}}$ colonne, sont remplacés par les éléments correspondants de la substitution identique. Introduisons la matrice $E^{(p)}(X)$ du degré $\frac{n(n-1)\ldots(n-p+1)}{1.2\ldots p}$, dont les éléments sont les sommes des déterminants

$$\{E^{(p)}(X)\}_{\substack{k_1 l_1 \\ \ldots \\ k_p l_p}} = \sum_{q=1}^{p} \{\mathcal{D}_q^{(p)}(X)\}_{\substack{k_1 l_1 \\ \ldots \\ k_p l_p}}.$$

La matrice $E^{(1)}(X)$ se réduit à la substitution X. L'élément unique de la matrice $E^{(n)}(X)$ est $\{X\}_{11} + \ldots + \{X\}_{nn}$.

On démontre aisément le théorème suivant : *Si la matrice* Y *satisfait au système*

$$\frac{dY}{dx} = YA, \tag{2}$$

où A *est une matrice formée de fonctions de* x, *la matrice déterminante* $\mathcal{D}^{(p)}(Y)$ *satisfait au système*

$$\frac{d\mathcal{D}^{(p)}(Y)}{dx} = \mathcal{D}^{(p)}(Y).E^{(p)}(A). \tag{3}$$

Dans le cas, où $p = n$, la relation (3) fournit immédiatement l'expression pour le déterminant d'une matrice intégrale du système (2), due à Jacobi.

En appliquant notre théorème à un système à coefficients rationnels, on arrive à la conclusion suivante : si Y est une matrice intégrale du système

$$\frac{dY}{dx} = \sum_{j=1}^{m} \sum_{r=1}^{s} \frac{YU_j^{(r)}}{(x-a_j)^r}, \tag{4}$$

la matrice déterminante $\mathcal{D}^{(p)}(Y)$ est une matrice intégrale du système

$$\frac{d\mathcal{D}^{(p)}(Y)}{dx} = \sum_{j=1}^{m} \sum_{r=1}^{s} \frac{\mathcal{D}^{(p)}(Y)E^{(p)}(U_j^{(r)})}{(x-a_j)^r}. \tag{5}$$

Soient Y la matrice intégrale du système (4), se réduisant à I pour $x = b$, et V_j la substitution intégrale qu'elle subit quand la variable x décrit un circuit entourant le point a_j. En faisant l'intégration du système (5) d'après notre méthode générale [1], on obtient les représentations de la matrice déterminante $\mathcal{D}^{(p)}(Y)$ et de ses substitutions intégrales $\mathcal{D}^{(p)}(V_j)$ sous forme de fonctions entières des matrices $E^{(p)}(V_j^{(r)})$:

$$\mathcal{D}^{(p)}(Y) = I + \sum_{\nu=1}^{\infty} \sum_{j_1 \ldots j_\nu}^{(1\ldots m)} \sum_{r_1 \ldots r_\nu}^{(1\ldots s)} E^{(p)}(U_{j_1}^{(r_1)}) \ldots E^{(p)}(U_{j_\nu}^{(r_\nu)}) L_b(a_{j_1}^{r_1} \ldots a_{j_\nu}^{r_\nu} \mid x), \tag{6}$$

$$\mathcal{D}^{(p)}(V_j) = I + \sum_{\nu=1}^{\infty} \sum_{j_1 \ldots j_\nu}^{(1\ldots m)} \sum_{r_1 \ldots r_\nu}^{(1\ldots s)} E^{(p)}(U_{j_1}^{(r_1)}) \ldots E^{(p)}(U_{j_\nu}^{(r_\nu)}) \mathfrak{L}_j(a_{j_1}^{r_1} \ldots a_{j_\nu}^{r_\nu} \mid b). \tag{7}$$

---

[1] Voir notre Note, *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 848.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Les cycles limites de Poincaré et la théorie des oscillations auto-entretenues.* Note de M. A. **Andronow**, présentée par M. Hadamard.

1. Les oscillations dites *auto-entretenues* suscitent depuis quelques années un intérêt de plus en plus vif dans plusieurs domaines des sciences naturelles. Ces oscillations sont régies par des équations différentielles qui diffèrent de celles qu'étudient la physique mathématique et la mécanique classique. Les systèmes où se produisent ces phénomènes ne sont pas conservatifs et entretiennent leurs oscillations en puisant l'énergie à des sources non périodiques.

Citons, pour le cas des équations aux dérivées partielles, le problème déjà ancien de la corde vibrante excitée par un archet ainsi que le problème des Céphéides, tel que le traite Eddington [1]; pour celui des équations différentielles ordinaires, en mécanique le pendule de Froude [2], en physique l'oscillateur à triode [3], en chimie les réactions périodiques [4]; des problèmes similaires se posent en biologie [5].

2. Considérons le cas le plus simple des auto-oscillations que présente — en mécanique et en physique — un système à un degré de liberté, en chimie une réaction entre deux substances, en biologie deux espèces animales coexistantes. Ces systèmes peuvent être représentés par deux équations différentielles simultanées :

$$(\text{A}) \qquad \frac{dx}{dt} = \text{P}(x, y); \qquad \frac{dy}{dt} = \text{Q}(x, y).$$

On sait que les solutions stationnaires d'un tel système peuvent être de deux espèces : soit constantes, soit périodiques en t. Exigeons, en nous basant sur l'étude des phénomènes de ce genre effectivement observés, que les mouvements périodiques que nous considérons soient stables, par rap-

---

(1) Eddington, *The internal constitution of stars*, p. 200 (Cambridge, 1926).

(2) Lord Rayleigh, *The theory of sound*, London, 1, 1894, p. 212.

(3) Voir par exemple van der Pol, *Phil. Mag.*, 7e série, 2, 1926, p. 978.

(4) Voir par exemple Kremann, *Die periodischen Erscheinungen in der Chemie*, p. 124 (Stuttgart, 1913).

(5) Lotka, *Elements of physical biology*, p. 88 (Baltimore, 1925). Voir aussi les récentes recherches de M. Volterra.

port à des variations arbitraires suffisamment petites : 1° des conditions initiales ([1]); 2° des seconds membres des équations (A) ([2]).

On peut facilement montrer qu'aux mouvements périodiques satisfaisant à ces conditions correspondent, sur le plan xy, des courbes fermées *isolées*, dont s'approchent en spirales, de l'intérieur et de l'extérieur (pour t croissant), les solutions voisines. Il en résulte que *les auto-oscillations qui naissent dans les systèmes caractérisés par des équations du type* (A) *correspondent mathématiquement aux cycles limites stables de Poincaré* ([3]).

Il est donc clair que la période et l'amplitude des oscillations stationnaires ne dépendent pas des conditions initiales. La discussion des équations différentielles se rapportant aux cas réels montre qu'elles possèdent en effet des cycles limites, qui définissent les mouvements stationnaires.

3. La théorie générale ([4]) des courbes intégrales des équations du type (A) permet dans de nombreux cas d'étudier qualitativement ces équations et de tirer des conclusions quant à l'existence, au nombre et à la stabilité des cycles limites. La solution quantitative du problème, qui consiste à exprimer x et y en fonction du temps, ne peut être obtenue aisément que dans le cas des petites valeurs du paramètre ([5]). Considérons à titre d'exemple ([6]) un cas particulier des équations (A)

$$\text{(B)} \qquad \frac{dx}{dt} = y + \mu f(x, y; \mu) \qquad \frac{dy}{dt} = -x + \mu g(x, y; \mu),$$

où μ est un paramètre réel que nous pouvons choisir suffisamment petit. Lorsque $\mu = 0$ les équations (B) ont une solution $x = \text{R}\cos t$, $y = -\text{R}\sin t$; les courbes intégrales forment, sur le plan xy, une famille de circonférences. En se servant des méthodes de Poincaré, on voit qu'au cas $\mu \neq 0$ suffisamment petit, il ne reste en général sur le plan xy que des courbes fermées isolées, proches de circonférences de rayons déterminées par l'équation

$$\text{(C)} \qquad \int_0^{2\pi} [f(\text{R}\cos\xi, -\text{R}\sin\xi; 0)\cos\xi - g(\text{R}\cos\xi, -\text{R}\sin\xi; 0)\sin\xi]\, d\xi = 0.$$

([1]) Voir Liapounow, *Problème général de la stabilité du mouvement* (*Ann. de la Faculté des Sciences de Toulouse*, 9, 1907, p. 209).

([2]) Voir Bieberbach, *Differentialgleichungen*, p. 68 (Berlin, 1926).

([3]) Poincaré, *Œuvres*, 1, p. 53 (Paris, 1928).

([4]) Poincaré, *loc. cit.* — Bendixson, *Acta mathematica*, 24, 1900, p. 1.

([5]) Poincaré, *Les méthodes nouvelles de la mécanique céleste*, 1, p. 89 (Paris, 1892).

([6]) Ce cas présente un grand intérêt physique; on peut y réduire les auto-oscillations dites sinusoïdales dans les systèmes à un degré de liberté : oscillateur à triode, etc.

Ces courbes fermées correspondent à des mouvements stationnaires stables au cas où est remplie la condition

$$(\mathrm{D}) \qquad \int_0^{2\pi} [f_x(\mathrm{R}\cos\xi; -\mathrm{R}\sin\xi; 0) + g'_y(\mathrm{R}\cos\xi, -\mathrm{R}\sin\xi; 0)]\, d\xi < 0.$$

La correction à apporter à la période primitive 2π et les expressions de x et y s'obtiennent sous forme de séries ordonnées suivant les puissances de μ et convergentes pour les valeurs suffisamment petites de μ.

4. Ainsi la théorie des auto-oscillations, où l'on se servait jusqu'à présent presque exclusivement de méthodes non rigoureuses, reçoit, du moins dans le cas le plus simple, une base mathématique solide.

Les auto-oscillations électriques sont les plus accessibles à l'étude expérimentale. Il est certain qu'une série de phénomènes caractéristiques accompagnant ces oscillations (1) doit se retrouver dans les systèmes auto-oscillatoires, mécaniques ou chimiques.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur une méthode d'intégration des équations de Monge*. Note (2) de M. **A. Tsortsis**, transmise par M. Goursat.

1. On doit à M. Goursat (3) une méthode élégante pour l'intégration d'un système de Monge de la forme

$$(1) \qquad f_i(x_1, \ldots, x_{n+1}; dx_1, \ldots, dx_{n+1}) = 0 \qquad (i = 1, \ldots, n-1).$$

J'ai cherché à utiliser cette méthode pour l'intégration d'une équation de Monge. M. Zervos (4) s'est occupé de cette question mais seulement pour un cas particulier. Je suis parvenu à obtenir les résultats suivants :

2. Soit donnée une équation de Monge de la forme

$$(2) \qquad f\left(x_1, \ldots, x_n; \frac{dx_2}{dx_1}, \ldots, \frac{dx_n}{dx_1}\right) = \frac{dx_{n+1}}{dx_1}.$$

---

(1) Par exemple le phénomène que les Allemands appellent *Mitnehmen* (voir H. Barkhausen, *Elektronen-Röhren*, 3, p. 32 (Leipzig, 1929)).

(2) Séance du 16 septembre 1929.

(3) *Bulletin de la Société mathématique de France*, 33, 1905, p. 201.

(4) *Comptes rendus*, 146, 1908, p. 1080.

En joignant à cette équation $n-2$ équations de la forme

$$(3) \qquad \frac{dx_\lambda}{dx_1} = \varphi_\lambda\left(x_1, \ldots, x_n; \frac{dx_2}{dx_1}\right) \qquad (\lambda = 3, \ldots, n),$$

on obtient un système de la forme (1).

Si l'on suppose que les fonctions φ_λ remplissent la condition

$$\Delta \equiv \left\| \frac{\partial^\rho \varphi_3}{\partial a^\rho}, \ldots, \frac{\partial^\rho \varphi_n}{\partial a^\rho} \right\| \neq 0 \qquad (\rho = 2, \ldots, n-1),$$

où l'on a posé $\frac{dx_2}{dx_1} = a$, en appliquant la méthode de M. Goursat sur le système (2), (3), on arrive au système de la forme

$$(4) \quad p_i - \psi_i\left(x_1, \ldots, x_n, a; \varphi_3, \ldots, \varphi_n; \frac{\partial \varphi_3}{\partial a}, \ldots, \frac{\partial \varphi_n}{\partial a}; \ldots, \frac{\partial^{n-1} \varphi_3}{\partial a^{n-1}}, \ldots, \frac{\partial^{n-1} \varphi_n}{\partial a^{n-1}}\right) = 0$$
$$(i = 1, \ldots, n).$$

On y remarque que si, pour les parenthèses des premiers membres des (4), on a identiquement

$$(5) \qquad (p_i - \psi_i, p_k - \psi_k) = 0 \qquad (i \neq k = 1, \ldots, n),$$

où a est regardé comme une constante, le système de $n-1$ équations simultanées du premier ordre qui résulte par l'élimination du paramètre a entre les équations (4) est en involution. C'est une conséquence immédiate des propriétés des systèmes en involution.

Les relations (5) peuvent s'écrire

$$(6) \qquad \frac{d\psi_i}{dx_k} = \frac{d\psi_k}{dx_i} \qquad (i \neq k = 1, \ldots, n),$$

où l'on a posé

$$\frac{d\psi}{dx} = \frac{\partial \psi}{\partial x} + \sum_{\mu=3}^{n} \frac{\partial \psi}{\partial \varphi_\mu} \frac{\partial \varphi_\mu}{\partial x} + \sum_{\rho_1=1}^{n-1} \sum_{\mu=3}^{n} \frac{\partial \psi}{\partial\left(\frac{\partial^{\rho_1} \varphi_\mu}{\partial a^{\rho_1}}\right)} \frac{\partial^{\rho_1+1} \varphi_\mu}{\partial a^{\rho_1} \partial x}.$$

On en conclut que, *si les fonctions* φ_λ *remplissent les conditions* (6), *on peut obtenir l'intégrale, comme nous l'entendons, de l'équation* (2) *en appliquant la méthode de M. Goursat au système de Monge* (2), (3).

3. Pour préciser ce qui précède prenons l'équation de Monge

$$(7) \qquad f\left(x_1, \frac{dx_2}{dx_1}, \ldots, \frac{dx_n}{dx_1}\right) = \frac{dx_{n+1}}{dx_1},$$

étudiée par M. Zervos.

Si les équations adjointes (3) sont de la forme

$$\frac{dx_\lambda}{dx_1} = \varphi_\lambda\left(x_1, \frac{dx_2}{dx_1}\right) \qquad (\lambda = 3, \ldots, n), \tag{8}$$

les conditions (6) se réduisent aux suivantes :

$$\frac{d\psi_j}{dx_1} = 0 \qquad (j = 2, \ldots, n);$$

et vu les valeurs des ψ_j, on en déduit

$$\frac{d}{dx_1}\left(\frac{df}{da} - \sum_{\mu=3}^{n} \frac{\partial\varphi_\mu}{\partial a}\frac{\Lambda_\mu}{\Delta}\right) = 0, \qquad \frac{d}{dx_1}\left(\frac{\Lambda_\lambda}{\Delta}\right) = 0 \qquad (\lambda = 3, \ldots, n), \tag{9}$$

où Λ_λ sont les déterminants qu'on obtient, en remplaçant les éléments de chaque colonne de Δ successivement par les quantités

$$\frac{d^2 f}{da^2}, \ldots, \frac{d^{n-1}}{da^{n-1}}, \qquad \text{avec} \qquad \frac{df}{da} = \frac{\partial f}{\partial a} + \sum_{\mu=3}^{n} \frac{\partial f}{\partial\varphi_\mu}\frac{\partial\varphi_\mu}{\partial a}.$$

Si l'on suppose que les fonctions φ_λ ne contiennent pas la variable x_1, alors nos équations (9) comprennent comme cas particulier la condition donnée par M. Zervos dans la Note citée.

4. On doit remarquer que, pour une équation de Monge de la forme générale

$$f\left(x_1, \ldots, x_{n+1}; \frac{dx_2}{dx_1}, \ldots, \frac{dx_n}{dx_1}\right) = \frac{dx_{n+1}}{dx_1},$$

il suffit de faire une remarque analogue à celle du paragraphe 2 en supposant que les fonctions ψ contiennent la fonction inconnue x_{n+1}.

MÉCANIQUE RATIONNELLE. — *Généralisation du théorème des moments des quantités de mouvement.* Note de M. **Victor Vâlcovici**, transmise par M. Appell.

En reprenant les deux trièdres mobiles T_1 et T_2 et les notations employées dans une Note précédente [1] on aura

$$\bar{r}_1 = \bar{r} + \bar{r}_2,$$
$$\bar{v}_1 = \bar{u} + \bar{v}_2.$$

[1] *Généralisation du théorème de Kœnig* (*Comptes rendus*, 188, 1929, p. 769).

Une multiplication vectorielle entre ces deux relations suivie d'une sommation par rapport aux points du système (S) considéré donne

$$(1) \qquad \overline{K}_1 = \overline{K}_2 + M\bar{r} \times \dot{\bar{r}} + M\bar{r} \times \dot{\bar{\rho}}_2 + M\bar{\rho}_2 \times \dot{\bar{r}} + \Sigma m \bar{r}_2 \times (\bar{\omega} \times \bar{r}_2),$$

$\overline{K}_1$ étant la somme des moments des quantités du mouvement du système (S) dans son mouvement par rapport à T_1. En y faisant $\bar{\omega} = 0$, $\bar{\rho}_2 = 0$, on retrouve une formule bien connue [1]

$$(2) \qquad \overline{K}_1 = \overline{K}_2 + M\bar{r} \times \dot{\bar{r}},$$

pour le cas particulier où O_2 se confond avec le centre de gravité de (S) et T_2 n'a qu'une simple translation par rapport à T_1. La formule (1) peut être regardée comme une généralisation de celle-ci. Elle nous met en évidence la condition qu'un trièdre T_2 devrait remplir pour que la relation (2) existe. Si en particulier T_2 est dépourvu de rotation $(\bar{\omega} = 0)$ alors cette condition devient

$$(\bar{r} - \bar{\rho}_2) \times M\dot{\bar{r}} = \bar{r} \times M\dot{\bar{\rho}}_1.$$

c'est-à-dire que la relation (2) existe si *le moment par rapport à* O_1 *de la quantité de mouvement de la masse totale concentrée en* O_2 *augmenté de son moment par rapport au centre de gravité est égal au moment par rapport à* O_1 *de la quantité de mouvement de la même masse concentrée en* O_2 *animée de la vitesse du centre de gravité par rapport à* T_1.

2. Essayons maintenant de trouver ce que devient le théorème des moments des quantités de mouvement par rapport à T_1 lorsqu'on remplace $\overline{K}_1$ par sa valeur (1). On obtient

$$(3) \qquad \dot{\overline{K}}_2 + M\bar{\rho}_2 \times \ddot{\bar{r}} + \frac{d}{dt}\Sigma m \bar{r}_2 \times (\bar{\omega} \times \bar{r}_2) = \Sigma \bar{r}_2 \times \overline{F},$$

$\overline{F}$ étant les forces extérieures du système. La relation (3) généralise le théorème des moments dans le mouvement relatif autour du centre de gravité [2]

$$(4) \qquad \dot{\overline{K}}_2 = \Sigma \bar{r}_2 \times \overline{F}.$$

De (3) on peut tirer la condition que T_2 devrait remplir pour que la relation (4) ait lieu.

---

[1] Voir par exemple P. Appell, *Traité de Mécanique rationnelle*, 2, 4e édition, p. 49, formule (2).

[2] P. Appell, *loc. cit.*, n° 350.

Si en particulier O_2 coïncide avec le centre de gravité, alors cette condition devient

$$\Sigma \bar{r}_2 \times (m \bar{\omega} \times \bar{r}_2) = \text{const.},$$

c'est-à-dire que *la somme des moments par rapport à O_2 des quantités de mouvement relativement à la vitesse de rotation d'entraînement doit être un vecteur constant.*

Remarquons enfin, d'après la formule (1), que si ce dernier vecteur est nul, alors la relation (2) sera également satisfaite.

Si par contre O_2 ne coïncide pas avec le centre de gravité, mais si la rotation du trièdre T_2 est nulle, alors on retombe sur un théorème que nous avons déjà établi [1].

Le développement de cette Note paraîtra ailleurs.

ÉLASTICITÉ. — *Sur une formule généralisant l'intégrale de Cauchy et sur les équations de l'élasticité plane.* Note [2] de M. N. Théodoresco, présentée par M. L. Lecornu.

En 1912, M. D. Pompeiu a donné [3] une formule qui comprend l'intégrale de Cauchy comme cas particulier. Voici cette formule :

$$f(z) = \frac{1}{2i\pi}\int_C \frac{f(u)}{u-z}\,du - \frac{1}{\pi}\int\int_D \frac{f_1(v)}{v-z}\,d\omega, \tag{1}$$

où $f(z)$ est une fonction de variable complexe (sens général) définie à l'intérieur d'un contour simple fermé C (frontière comprise); u un point (variable complexe) qui décrit le contour; v un point qui parcourt tout l'intérieur du domaine D; $d\omega$ l'élément d'aire dans le domaine D; $f_1(z)$ la dérivée aréolaire de $f(z)$ dans D.

Dans ce qui suit, je me propose de montrer comment on peut utiliser la formule (1) pour l'intégration des équations de l'équilibre élastique, dans le cas d'une figure plane.

---

[1] *Sur le théorème des moments des quantités de mouvement* (*Comptes rendus*, 160, 1915, p. 334).

[2] Séance du 7 octobre 1929.

[3] Voir les Mémoires fondamentaux de M. Pompeiu dans les *Rendiconti del Circolo math. di Palermo*, 33, 1912, p. 108, 112, et 35, 1913, p. 277.

On peut consulter aussi la Thèse de M. Calugaréano (soutenue le 6 novembre 1928 à la Faculté des Sciences de Paris).

Nous nous plaçons dans le cas d'un milieu élastique homogène et isotrope à deux dimensions, simplement connexe.

Les équations d'équilibre pour une telle figure sont

$$\Delta u + \xi \frac{\partial \theta}{\partial x} = 2\nu X,$$

$$\Delta v + \xi \frac{\partial \theta}{\partial y} = 2\nu Y,$$

où

$$\nu = -\frac{\rho}{2\mu}, \quad \mu \neq 0 \quad \text{et} \quad \xi = \frac{\lambda}{\mu} + 1.$$

En introduisant les fonctions

$$\theta = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}, \quad \theta_2 = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y},$$

le système devient, en ajoutant et retranchant respectivement dans ces deux équations, $\frac{\partial^2 v}{\partial x \, \partial y}$, $\frac{\partial x \, \partial y}{\partial^2 u}$:

$$(2) \quad \begin{cases} (1+\xi)\dfrac{\partial \theta}{\partial x} - \dfrac{\partial \theta_2}{\partial y} = 2\nu X, \\ (1+\xi)\dfrac{\partial \theta}{\partial y} + \dfrac{\partial \theta_2}{\partial x} = 2\nu Y. \end{cases}$$

Notons ensuite $(1+\xi)\theta = \theta_1$; on obtient

$$\frac{\partial \theta_1}{\partial x} - \frac{\partial \theta_2}{\partial y} = 2\nu X, \quad \frac{\partial \theta_1}{\partial y} + \frac{\partial \theta_2}{\partial x} = 2\nu Y.$$

Sous cette forme, on voit que la fonction $f = \theta_1 + i\theta_2$ de la variable complexe $z = x + iy$ a pour dérivée aréolaire la fonction $\nu(X + iY)$ et alors on peut utiliser la formule (1) :

$$f(z) = \frac{1}{2i\pi}\int_C \frac{f(u)}{u-z}\,du - \frac{1}{\pi}\iint_D \frac{\nu(X+iY)}{v-z}\,d\omega,$$

les intégrales étant étendues : la première au contour C, la seconde au domaine D tout entier.

Supposons données les valeurs de f sur C, ce qui revient à donner les valeurs de θ_1, ou de θ_2 seulement (ce qu'on peut établir rigoureusement). Alors $f(z)$ est déterminée (à une constante près) dans tout le domaine D, donc on connaît aussi θ_1 et θ_2.

Maintenant le système

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{\theta_1}{1+\xi} \qquad \text{(fonction connue)},$$

$$\frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial u}{\partial x} = \theta_2 \qquad \text{(fonction connue)}$$

nous fera connaître la fonction $\varphi = v + iu$, dont la dérivée aréolaire est

$$\frac{1}{2}\left[\theta_2 + i\frac{\theta_1}{1+\xi}\right].$$

La même formule (1) donne [1]

$$\varphi(z) = \frac{1}{2i\pi}\int_C \frac{\varphi(u)}{u-z}\,du - \frac{1}{\pi}\iint_D \frac{\frac{1}{2}\left[\theta_2 - i\frac{\theta_1}{1+\xi}\right]}{v-z}\,d\omega.$$

La connaissance des valeurs de φ sur C, ce qui revient à donner u ou v seulement, est suffisante pour qu'elle soit déterminée (à une constante près) à l'intérieur de C.

Le problème admet ainsi une solution. Elle est unique (sauf dans le cas où $\xi = -1$), comme on peut le voir de la façon suivante :

Considérons le problème avec les données sur le contour,

$$u = 0, \qquad v = 0; \qquad \theta = 0, \qquad \theta_2 = 0,$$

et aussi supposons l'absence des forces intérieures. C'est l'état naturel du système.

Il en résulte évidemment $u \equiv 0$, $v \equiv 0$ dans tout le domaine.

On peut montrer aussi, puisque $X \equiv 0$, $Y \equiv 0$, que la fonction f a la dérivée aréolaire nulle. Elle est donc holomorphe. Mais ses valeurs sur C étant nulles, elle est alors identiquement nulle, ce qui revient à $\theta \equiv 0$, $\theta_2 \equiv 0$. La fonction φ a donc sa dérivée aréolaire nulle. Elle est holomorphe et étant nulle sur C, elle est identiquement nulle dans tout le domaine : donc $u \equiv 0$, $v \equiv 0$.

L'unicité est assurée, par un raisonnement facile, dans le cas général, avec les données sur le contour, considérées ci-dessus.

---

[1] Voir aussi dans une Note de M. Pompeiu, dans les *Comptes rendus*, 187, 1928, p. 1121, une application au principe de d'Alembert.

MÉCANIQUE DES FLUIDES. — *A propos de l'étude du mouvement plan irrotationnel des fluides incompressibles en régime permanent.* Note de M. **André Argand.**

Prenons comme variables les longueurs d'arcs s et a du filet fluide et de sa courbe orthogonale, comptés positivement dans les sens de l'écoulement et de la normale principale. En un point du plan, R et R' désignent les rayons de courbure correspondants (avec les conventions habituelles, on a

$$R > 0,$$

puis $R' > 0$ si le filet est divergent et $R' < 0$ s'il est convergent); θ désignera l'inclinaison du filet sur une direction fixe et V la vitesse.

Soit un point voisin, correspondant à $(\theta + d\theta, V + dV)$; si le fluide est incompressible, l'équation de continuité s'écrit

$$\frac{\partial V}{\partial s} + \frac{V}{R'} = 0.$$

Le mouvement étant irrotationnel, le tourbillon s'annule :

$$\frac{\partial V}{\partial a} - \frac{V}{R} = 0.$$

Or

$$dV = \frac{\partial V}{\partial a} da + \frac{\partial V}{\partial s} ds = V\left(\frac{da}{R} - \frac{ds}{R'}\right),$$

$$\frac{dV}{V} = d\log V = \frac{da}{R} - \frac{ds}{R'}.$$

Cette formule fait apparaître les influences respectives, sur la vitesse, des déplacements le long du filet et de son orthogonale et amène naturellement la suivante

$$d\theta = \frac{ds}{R} + \frac{da}{R'},$$

pour définir la déviation correspondante obtenue en parcourant le même chemin.

Concurremment utilisées, ces deux expressions se prêtent à la démonstration élégante de diverses propriétés d'écoulement. Par exemple nous allons aisément faire voir que l'ensemble des courbes iso-vitesses et des iso-inclinaisons forme un réseau isotherme (ou isométrique) :

1° Ces deux systèmes de courbes sont orthogonaux (résultat bien connu) : le long d'une iso-vitesse, en effet, la vitesse est constante, et l'on a

$$\frac{dV}{V} = 0 = \frac{da}{R} - \frac{ds}{R'},$$

$$\text{(I)} \qquad \frac{da}{ds} = \frac{R}{R'},$$

le long d'une iso-inclinaison et en partant du même point

$$\theta = \text{const.},$$

$$d\theta = 0 = \frac{da}{R'} + \frac{ds}{R},$$

$$\text{(II)} \qquad \frac{da}{ds} = -\frac{R'}{R}.$$

Le produit des coefficients angulaires (I) et (II) est égal à -1.

2° Le réseau est isotherme, c'est-à-dire formé d'une infinité de petit carrés.

Si nous nous déplaçons en effet sur une iso-vitesse de telle manière que

$$d \log V = \frac{dV}{V} = K,$$

on aura

$$\frac{da}{R} - \frac{ds}{R'} = K,$$

tandis que

$$\frac{da}{R'} + \frac{ds}{R} = 0.$$

Il viendra donc

$$\text{(III)} \qquad da^2 + ds^2 = \frac{K^2}{\frac{1}{R^2} + \frac{1}{R'^2}}.$$

Le long d'une iso-inclinaison et en partant du même point, un déplacement tel que

$$d\theta = K$$

donne

$$\frac{da}{R} + \frac{ds}{R'} = K,$$

tandis que

$$\frac{da}{R'} + \frac{ds}{R} = 0;$$

par conséquent on aura

$$(IV) \qquad da^2 + ds^2 = \frac{K^2}{\frac{1}{R^2} + \frac{1}{R'^2}}.$$

Les seconds membres des expressions (III) et (IV) sont égaux,

C. Q. F. D.

Expérimentalement en ce qui concerne l'hydrodynamique, l'orthogonalité de ces deux réseaux a été constatée par M. C. Ledoux dans sa thèse (cf. C. Ledoux, *Bulletin de la Société Hydrotechnique de France*, 41, 1929, p. 453 et 473 H).

Les travaux des savants anglais MM. Bryant et Williams, publiés dans les *Philosophical Transactions of the Royal Society*, A, 225, 1925, p. 199, vérifient pleinement ces deux résultats en aérodynamique.

MÉCANIQUE. — *Sur le calcul des traverses en béton armé.* Note de M. **Marcel Prot**, présentée par M. Mesnager.

Un certain nombre d'auteurs préoccupés de rechercher une méthode de calcul qui permette d'étudier la stabilité de poutres posées sur le sol, telles que les rails et les traverses de chemin de fer, ont considéré ces poutres comme posées sur une succession d'appuis élastiques infiniment étroits et infiniment rapprochés.

Les équations d'équilibre sont alors données par l'intégration de l'équation du quatrième ordre,

$$\frac{d^4 y}{dx^4} = -ky.$$

La solution générale est de la forme

$$y = e^{\alpha x}(A \cos \alpha x + B \sin \alpha x) + e^{-\alpha x}(C \cos \alpha x + D \sin \alpha x),$$

les constantes se déterminant en écrivant les conditions aux limites pour chaque tronçon où ne se trouve aucune discontinuité.

Les résultats obtenus donnent, qualitativement du moins, une représentation assez exacte des phénomènes réellement observés.

La méthode s'est toutefois montrée incorrecte pour le calcul des traverses en béton armé et certaines traverses, qui selon ce calcul auraient dû résister, en fait ne tiennent pas et se fissurent si l'on ne prend soin de les débourrer en leur milieu.

C'est qu'en effet l'hypothèse faite n'est pas complètement exacte. S'il est vrai que le sol se déforme d'une façon sensiblement élastique lorsque les pressions qui lui sont imprimées sont faibles et lorsqu'il est pressé par une surface étendue, il n'en est pas de même lorsque les pressions sont un peu élevées et lorsque la surface d'appui est petite surtout lorsqu'il s'agit, comme dans le cas qui nous occupe, d'un sol exposé à des alternatives de sécheresse et d'humidité, délavé par les pluies et soumis par surcroît à des efforts fréquemment répétés.

Le sol prend alors peu à peu des déformations permanentes, plus accusées — il est naturel de le penser — dans les régions où les pressions sont les plus fortes, ce qui tend à conduire vers un état dans lequel les réactions du sol seraient sensiblement uniformes. On aurait alors, sinon un état stable, du moins une sorte d'état de régime, le sol n'ayant pas — si on le suppose homogène — de raison de se déformer davantage en un endroit plutôt qu'en un autre.

La traverse tend donc à se « débourrer » dans les régions où initialement elle exerce la pression la plus forte, c'est-à-dire vers les bouts pour une traverse de $2^m,40$. C'est ce qui correspond à la réalité.

On peut objecter, il est vrai, que le sol, s'il est initialement homogène, ne l'est plus après déformation et que sa réaction finale peut être un peu plus grande dans les régions où il a été fortement tassé.

Mais il faut remarquer d'autre part que, dans les régions où le sol prend une déformation permanente, la traverse « décolle » ; il se produit alors un battement à chaque mise en charge et un effet de pilonnage qui tend à accroître le débourrage.

On a donc, semble-t-il, une hypothèse plus voisine de la réalité en supposant que les réactions du sol sont uniformes au lieu de considérer celles qui résultent de l'équation du quatrième ordre écrite plus haut et qui peuvent être notablement différentes.

Cette hypothèse paraît rendre compte des mécomptes rencontrés dans l'emploi des traverses en béton armé du type prismatique.

AVIATION. — *Guidage magnétique des aéronefs et aérodromes de sécurité.* Note de M. **William Loth**, présentée par M. L. Lecornu.

M. l'amiral Fournier a déjà exposé en décembre 1921 ([1]) et novembre 1922 ([2]) notre méthode de guidage électromagnétique des aéronefs au moyen d'un câble parcouru par un courant alternatif à fréquence musicale. La présente Note a pour objet, d'une part, des perfectionnements fondamentaux de cette méthode et, d'autre part, son application à la signalisation des aérodromes pour permettre d'atteindre ceux-ci et d'y atterrir par mauvaise visibilité. Supposons que la ligne de guidage soit alimentée par un courant de fréquence assez élevée (10000 périodes environ) pour permettre une réception sur antenne aussi bien qu'une réception sur cadre. Il est alors possible, en se servant de la réception antenne-cadre (utilisée pour lever l'incertitude de 180° dans l'écoute des radiophares), de connaître le côté de la ligne si le cadre est horizontal. D'autre part, si la ligne de guidage vibre en antenne il n'y aura pas de courant de retour et son champ sera circulaire, ce qui permettra à l'avion connaissant sa hauteur, de trouver la distance à laquelle il se trouve de la ligne. En pratique une commutation sera nécessaire à la réception pour rechercher la combinaison antenne-cadre donnant la plus faible audition et en déduire le côté où l'on se trouve par rapport au câble. Si la ligne au lieu de former antenne forme cadre, c'est-à-dire est constituée par deux lignes parallèles bouclées l'une sur l'autre, il sera possible de faire la commutation, non plus à la réception, mais à l'émission. Cette commutation se fera dans un sens pendant la durée d'un trait et dans l'autre sens pendant la durée d'un point. L'observateur pour une combinaison donnée et fixe de son appareil récepteur entendra donc des traits d'un côté de la ligne et des points de l'autre côté.

Aérodrome de sécurité. — Si l'on entoure un aérodrome par une ligne circulaire sur poteaux, située hors de la zone où les avions atterrissent il sera possible pour un observateur situé dans un aéronef se déplaçant dans un rayon de quelques dizaines de kilomètres de l'aérodrome d'avoir les indications suivantes avec la réception cadre-antennes : 1° direction du centre de l'aérodrome; 2° position par rapport à l'aérodrome (extérieur ou intérieur); 3° au moment de l'atterrissage, proximité du sol. Pour cela, on

([1]) *Comptes rendus*, 173, 1921, p. 1152.
([2]) *Comptes rendus*, 175, 1922, p. 1013.

adoptera de préférence le montage en cadre pour la ligne entourant l'aérodrome pour pouvoir faire la commutation à l'émission. L'observateur venant de l'extérieur de l'aérodrome et y atterrissant entendra donc successivement par exemple, des traits à l'extérieur, un trait continu lorsqu'il passe au-dessus de la ligne, les points quand il est à l'intérieur de l'aérodrome, un trait continu lorsque, dans sa descente, il franchit le plan horizontal passant par le milieu du cadre formé par les lignes et en dessous des traits à nouveau.

D'autre part l'écoute sur un autre cadre, celui-ci placé verticalement dans le sens de la longueur de l'avion, lui permettra, en recherchant le minimum d'audition, de trouver la direction du centre de l'aérodrome, ce qui lui donnera le cap à suivre pour entendre ce dernier. Dans le cas où, connaissant cette direction il y aurait pour lui incertitude sur le sens de la route à suivre il dispose du système antenne-cadre pour lever l'indétermination de 180°, comme il est connu depuis longtemps. Afin d'éviter les collisions à l'atterrissage, nous proposons de diviser l'aérodrome en huit secteurs égaux servant les uns d'envol, les autres d'atterrissage placés alternativement dans la circonférence de l'aérodrome. Cette disposition étant reproduite sur la rose des vents l'aviateur verra immédiatement si le cap qu'il a choisi après écoute sur cadre est situé sur un secteur de sa rose des vents correspondant à un secteur où l'atterrissage est permis. De plus les indications télégraphiques ordinaires permettront de donner au pilote volant dans le voisinage de la direction du vent dominant, ainsi que la pression atmosphérique dans l'aérodrome, pour lui permettre d'une part de choisir le secteur le plus favorable, d'autre part de corriger son altimètre pour connaître exactement sa hauteur.

En résumé, un aérodrome étant équipé comme décrit ci-dessus, un pilote muni des appareils de réception convenables pourra, sans visibilité, percevoir cet aérodrome à grande distance (plus de 30^{km}), savoir s'il est à l'extérieur, choisir le secteur vers lequel il doit se diriger, connaître son passage au-dessus de la ligne ceinturant l'aérodrome, savoir ensuite très exactement s'il est à l'intérieur de celui-ci, c'est-à-dire au-dessus d'un terrain favorable à l'atterrisage et enfin avoir une idée nette du moment où il va toucher le sol, ce qui lui permet de parfaire sa manœuvre. En combinant le système des routes météorologiques de l'air indiqué d'autre part avec cet aérodrome isotrope de sécurité, on conçoit qu'il est possible pour un avion de partir d'un aérodrome et d'y atterrir même par mauvaise visibilité avec une sécurité inconnue jusqu'à ce jour.

SPECTROSCOPIE. — *Sur le spectre d'absorption de l'oxyde azotique.* Note de M. **Maurice Lambrey**, présentée par M. C. Fabry.

Notations. — Considérons un gaz enfermé sous la pression p dans un tube de longueur l, et un faisceau cylindrique de lumière monochromatique qui le traverse. Soient I_0 watt-cm² le flux incident, et I le flux émergent. Nous désignerons sous le nom de densité optique de la couche gazeuse l'expression $d = \log\frac{I_0}{I}$, et sous le nom de coefficient d'absorption l'expression $\alpha = \frac{d}{pl}$.

Il est en général implicitement admis, et quelquefois vérifié expérimentalement, que α est en première approximation une constante, de sorte que la densité optique ne dépend sensiblement que de la masse de gaz traversée.

Cas de l'oxyde azotique. Influence de la pression. — L'hypothèse précédente serait grossièrement inexacte dans le cas de l'oxyde azotique. Considérons une masse constante de ce gaz contenue dans un tube de section constante dont nous faisons varier la longueur. On constate que, si l croît, d décroît très rapidement. Autrement dit, α croît en même temps que p.

L'étude de la relation entre α et p nécessite certaines précautions, à cause du pouvoir de résolution insuffisant du spectrographe. Non seulement une raie fine, observée avec une résolution insuffisante, paraît plus large, mais encore, la densité optique apparente de son maximum croît, en fonction de l ou de p, toujours moins vite que ne croît la densité optique réelle, ceci étant dû à ce que les radiations de longueur d'onde voisine de celle du maximum sont complètement ou presque complètement absorbées dès l'entrée du faisceau lumineux dans le tube.

Ce défaut de résolution est donc cause d'une variation apparente de α en fonction de p qui est en sens inverse de celle qu'il s'agit d'étudier, et qui peut la masquer complètement si l'on opère avec un tube de longueur constante étudiant d fonction de p [1].

J'ai pu échapper à cette difficulté en utilisant une série de tubes de longueur différente, cherchant pour chacun d'eux la pression pour laquelle la densité optique apparente d'un accident déterminé de la courbe d'absorption reprend une valeur déterminée.

Les mesures faites concernent essentiellement la bande 0 → 0 du système γ

---

[1] C'est à cause de cela que le phénomène qui fait l'objet de la présente Note a pu, dans un travail antérieur (*Comptes rendus*, 187, 1928, p. 210), passer inaperçu.

de NO (λ voisin de 2265 Å). J'ai porté mon attention sur un ensemble de vingt points remarquables de la courbe donnant la densité optique apparente en fonction de la longueur d'onde. La longueur des tubes a varié entre 0,75 et 1032^{mm}. Le résultat essentiel est le suivant :

Quelle que soit la longueur d'onde étudiée, et dans les limites où elle est mesurable, la densité optique apparente se comporte comme une fonction de lp^x, x ayant la valeur $1,81 \pm 0,03$.

Admettons qu'il en soit de même pour les faibles valeurs de d, et, ce qui est la seule hypothèse raisonnable, que la densité optique réelle soit proportionnelle à l. On démontre alors sans difficulté que, pour les faibles valeurs de la densité optique réelle, celle-ci est de la forme $d = klp^{1,81}$.

Comme d'autre part je retrouve le même exposant pour tous les détails de la courbe d'absorption [minima ou maxima correspondant à des groupes de raies non résolues [1] et de structure réelle variable de l'une à l'autre], il semble tout à fait raisonnable d'admettre que cette loi reste vraie même pour les densités relativement élevées.

Dès lors le coefficient d'absorption est proportionnel à $p^{0,81}$.

Ce résultat montre que, *dans l'absorption de la lumière par une molécule, on doit tenir compte de l'existence des autres molécules.* Cette idée s'est déjà introduite dans un certain nombre de théories récentes [2].

Cependant aucun phénomène analogue à celui exposé ci-dessus ne paraît avoir été jusqu'ici signalé. J'ai pu vérifier que la même loi se retrouve pour la bande $0 \to 1$ du système γ de NO et, probablement, pour l'absorption générale qu'on observe en dehors de ces bandes.

Influence de la température. — J'ai utilisé une masse constante de gaz enfermée dans un tube de quartz qui était porté de — 80° à 300° C. J'ai constaté que la densité optique relative aux quatre maxima correspondant aux arêtes ne varie pas sensiblement, tandis que, pour les maxima éloignés des arêtes, la densité optique augmente quand la température s'élève.

Ce dernier résultat est conforme aux lois classiques relatives à l'influence de la température sur la répartition des intensités dans un spectre de bandes. Quant au fait de la non-variation de d au voisinage des arêtes, on peut y voir une compensation entre l'influence de la pression étudiée plus

---

(1) Ceci résulte des données tirées de l'analyse des bandes γ par M. Guillery (*Z. f. Phys.*, **42**, 1927, p. 121). La classification de raies publiée dans (2) est illusoire.

(2) Holtsmark, *Z. f. Phys.*, **34**, 1925, p. 722. — Mensing, *Z. f. Phys.*, **34**, 1925, p. 611.

haut et l'influence de la température dont l'élévation doit ici entraîner la diminution de d.

Résonance optique moléculaire. — La bande $0 \rightarrow 0$ du système γ de NO constitue la bande de résonance de cette molécule au même titre que la radiation 2537 Å constitue la raie de résonance de l'atome de mercure. On pouvait se demander si le phénomène de diffusion sélective observé pour cette raie existe pour la bande étudiée de NO. Le résultat de l'expérience a été négatif.

Données quantitatives relatives à l'absorption. — Voici, avec une précision qu'il est difficile d'évaluer, et qui est sans doute assez grossière, les valeurs apparentes de $k = \frac{d}{lp^{1,81}}$ calculées pour quelques longueurs d'onde lorsque la densité optique apparente est 0,15 (spectrographe séparant dans cette région environ 0,02 Å pression en millimètres de mercure, longueur en centimètres) :

				k.
2261,5	maximum maximorum de	$0 \rightarrow 0$	du système γ......	$0,96.10^{-3}$
2141,25	»	$0 \rightarrow 1$	» γ......	$1,14.10^{-3}$
2361,7	»	$1 \rightarrow 0$	» γ......	$4,4.10^{-3}$
2104,0	»	$0 \rightarrow 2$	» β......	$1,75.10^{-5}$

CHIMIE PHYSIQUE. — *Limite de solubilité du cuivre dans les ferro-nickels réversibles*. Note (1) de M. **P. Chevenard**, transmise par M. H. Le Chatelier.

Le cuivre à l'état solide est miscible en toutes proportions avec le nickel, mais il est peu soluble dans le fer γ (2). Il forme donc des solutions solides limitées avec les ferronickels réversibles suffisamment riches en fer.

Cette lacune de miscibilité ne paraît avoir été étudiée que par l'analyse thermique et la micrographie (3). Je me propose de montrer comment la méthode dilatométrique a permis de tracer avec précision la frontière du domaine à deux phases, dans le diagramme « fer-γ-nickel-cuivre ». Ces expériences ont été effectuées au laboratoire de la Société de Commentry-Fourchambault et Decazeville, à Imphy.

---

(1) Séance du 9 septembre 1929.

(2) R. Ruer et P. Goerens, *Das System Eisen-Kupfer* (*Ferrum*, 14, 1916-1917, p. 49).

(3) N. Parravano, *Equilibri nei sistemi quaternari*. — VI. *Le leghe quaternarie di ferro-nichel-manganese-rame* (*Gazzetta Chimica Italiana*, 42, II, 1912, p. 590).

Si, à un alliage fer-nickel considéré à son état stable à chaud, on ajoute des quantités croissantes de cuivre, ce métal entre d'abord en solution pour donner une austénite ternaire. On observe alors les effets habituels des additions solubles dans les ferronickels : le point de transformation allotropique au refroidissement Ar des alliages riches en fer s'abaisse; le point de Curie des alliages réversibles ferromagnétiques se déplace; les anomalies de dilatation, d'élasticité, etc., corrélatives de la transformation magnétique, ont leur amplitude diminuée.

Au delà d'une certaine proportion de cuivre, la courbe enregistrée, tracée par le dilatomètre différentiel, accuse une singularité nouvelle S, imparfaitement réversible, dont la figure 1 donne un exemple. Le micro-

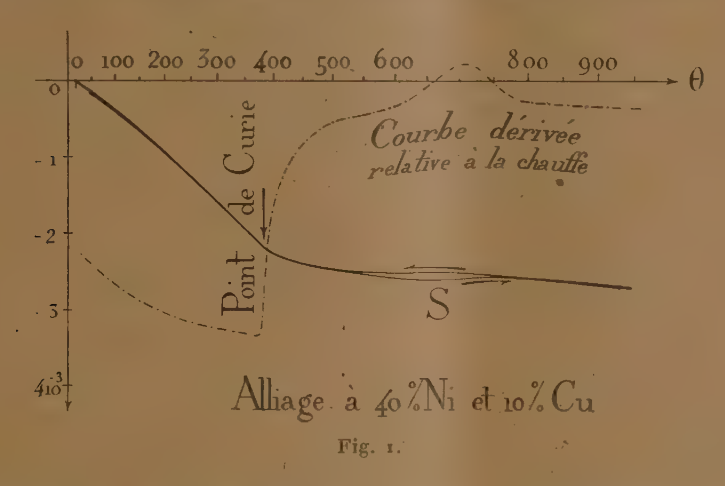


Fig. 1.

scope révèle alors, dans l'austénite, un second constituant riche en cuivre. Celui-ci disparaît quand l'alliage, chauffé au-dessus de la fin de la singularité S, est trempé énergiquement. La singularité S traduit donc la mise en solution réciproque des deux constituants durant la chauffe, ou leur précipitation au cours du refroidissement.

La méthode dilatométrique, dont la sensibilité est la même pour les refroidissements très lents ou très rapides, permet d'étudier les modalités de cette réaction monovariante biphasée : températures remarquables, intensité, vitesse, hystérésis. En s'aidant des courbes dérivées, dont la construction est sûre, grâce à la netteté des tracés dilatométriques, on décèle la plus petite singularité S. Ainsi, dans une série d'alliages renfermant par exemple une même teneur en nickel, on peut apprécier la limite de solubilité du cuivre, et cela bien plus nettement que par la micrographie.

C'est ainsi qu'ont été déterminés les points A, B, C, D, E, F de la figure 2. Le point G, obtenu par extrapolation d'une ligne du diagramme

fer-cuivre tracé par Ruer et Goerens, représenterait la limite de solubilité du cuivre dans le fer γ à température ordinaire, si, dans ces conditions, les austénites fer-cuivre pouvaient exister. Tous ces points se disposent sur une courbe d'allure régulière ABCDEF qui représente, pour les températures voisines de l'ambiante, la frontière du domaine à deux phases dans le

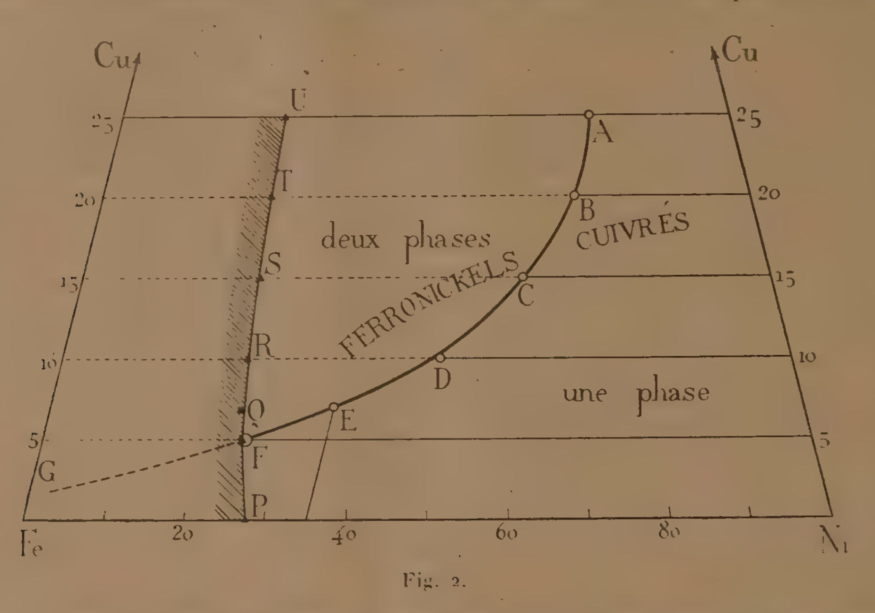


Fig. 2.

champ des ferronickels cuivrés réversibles : ce champ s'étend à droite de la ligne PQRSTU, lieu des points des alliages dont la transformation allotropique Ar débute à 20°.

Si la solution sursaturée, obtenue par hypertrempe d'un alliage à deux phases, est maintenue à température suffisamment élevée, elle tend à se dédoubler. Comme la précipitation du deuxième constituant s'accompagne d'une diminution de volume, les lois de ce retour à l'état d'équilibre physico-chimique peuvent se déduire des courbes « contraction-temps » enregistrées au cours des revenus isothermes.

On a retrouvé l'allure logarithmique des courbes « contraction-temps », et la croissance sensiblement exponentielle de la vitesse de réaction avec la température du revenu isotherme, notées dans l'étude d'une réaction semblable, analysée par la même technique : la précipitation de Mg^2Si dans les alliages aluminium-magnésium-silicium hypertrempés [1].

---

[1] A. Portevin et P. Chevenard, *A dilatometric study of the transformations and thermal treatment of light alloys of aluminium* (*Institute of Metals*, 2e série, 30, 1923, p. 329).

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur la dissociation de l'hydrure de calcium* H^2Ca. Note de M. **Paul Remy-Cenneté**, présentée par M. H. Le Chatelier.

L'étude de la dissociation de l'hydrure de calcium H^2Ca, entreprise déjà par de nombreux auteurs, a conduit jusqu'à présent à des résultats fort différents suivant les expérimentateurs : les uns admettent un phénomène normal de dissociation [1]; les autres prétendent que l'hydrure et le métal forment une série continue de solutions solides et que la tension trouvée est fonction de la quantité de calcium en excès [2].

Une des difficultés inhérentes à cette recherche est la distillation du calcium mis en liberté par la dissociation; le calcium condensé se dépose sur les parties plus froides de l'appareil où il se combine à nouveau avec l'hydrogène et les résultats sont ainsi faussés; ce fait exige une manipulation rapide qui ne permet pas de vérifier les tensions, ni de laisser s'établir l'équilibre.

Nous avons repris cette étude en cherchant à empêcher la distillation du calcium; nous y sommes parvenus en employant un tube de fer présentant une paroi semi-perméable laissant passer l'hydrogène mais non le calcium (vapeur); on sait, en effet, que le fer au rouge est poreux pour l'hydrogène [3]. Aux températures considérées, l'hydrogène passe rapidement à travers la paroi [4].

Appareil. — Le H^2Ca se trouve enfermé dans un tube de fer de 4^{mm} d'épaisseur; une des extrémités est obturée par une mince lame de fer doux de $0^{mm},2$ d'épaisseur qui constitue la paroi semi-perméable; ce tube a été préalablement chauffé dans l'hydrogène pour le bien réduire. En réalité c'est, non pas de l'hydrure, mais du calcium métallique (redistillé) qui est introduit dans le tube; on ferme l'autre extrémité à l'autogène; la petite quantité d'air enfermée dans le tube avec le calcium ne gène pas; elle contribue seulement à former une trace d'oxyde et une trace d'azoture.

---

(1) Moldenhauer et Roll-Hansen, *Zeit. an. Ch.*, 82, 1913, p. 130, et Roll-Hansen, *Thèse Darmstadt*, 1912. — Bronsted, *Zeit. Elekt.*, 20, 1914, p. 81. — Kraus et Hurd, *Journ. of the Am. Chem. Soc.*, 45, 1923 (II), p. 2562.

(2) Ephraïm, Fritz et Michel Eduard, *Helvet. Ch. Acta*, 4, 1921, p. 900. — Huttig et F. Brodkorb, *Zeit. f. an. Chem.*, 1926, p. 309.

(3) Voir les recherches quantitatives de Lombard, *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 1557.

(4) En réalité, au début l'hydrogène passe lentement, puis la paroi « se fait » et l'équilibre s'établit rapidement.

Le tube de fer ainsi préparé est placé dans un long tube de porcelaine de Berlin dite K-Masse fermé à une extrémité et terminé à sa partie antérieure par un capuchon rodé reliant l'appareil à la pompe à vide et portant les tubes d'amenée d'un couple de nichrome ATE-BTE; l'hydrure est fabriqué dans l'appareil même par envoi d'hydrogène pur et sec et chauffage. La pression est mesurée au moyen d'un manomètre double à mercure de façon à permettre d'opérer à volume constant. Le chauffage est réalisé dans un four à résistance de fil de nichrome de 4^{mm} de diamètre et un transformateur; un régulateur de température permet de maintenir le tube à température constante pendant tout le temps voulu à 1 ou 2° près.

Résultats. — Une première série d'expériences avait pour but d'établir l'influence sur l'équilibre de la quantité de calcium présent: Ephraïm et ses collaborateurs [1] avaient constaté une relation entre la tension et la quantité de calcium en excès; d'après ces auteurs, l'influence du métal se fait d'autant moins sentir que sa concentration est plus forte et il y aurait une concentration limite maximum (48 millimolécules de Ca pour 1^g de H^2Ca) au-dessus de laquelle le calcium n'influe plus sur la pression.

Nous avons fait de nombreux essais pratiqués à une température constante de 860°; ils ont montré qu'on peut faire varier la proportion d'hydrure et de calcium dans de larges limites comprises en dessous du maximum indiqué par les auteurs précités; les tensions restent les mêmes et sont pratiquement indépendantes de la quantité de métal présent.

Ce fait établi, l'étude de la variation de la tension en fonction de la température a été faite et a donné les résultats suivants :

Températures.	Tensions.
°	mm
815	32 (± 2^{mm})
860	78
880	116
890	146 (± 4^{mm})
905	190
915	256
925	328
940	430
950	560
965	711
970	750 (extrapol.)

Les résultats précédents sont de même nature que ceux de Moldenhauer et Roll-Hansen, quoique notablement plus élevés pour les plus hautes températures; nous ferons remarquer que ces auteurs mesuraient la température extérieurement au tube de porcelaine et faisaient ensuite une correction constante de 10°; nous avons constaté des écarts beaucoup plus grands entre

(1) *Loc. cit.*

la température intérieure et la température extérieure; de plus, l'écart augmente avec la température; ce fait explique, partiellement tout au moins, la différence entre les tensions obtenues.

La même étude sera faite sur l'hydrure de baryum et sur l'hydrure de strontium.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur l'oxydation et la réduction des silicates de fer par les gaz.* Note de M. **B. Bogitch**, présentée par M. Henry Le Chatelier.

Dans ces recherches, j'ai employé la méthode déjà décrite à propos de la réduction des silicates de cuivre ([1]). Les résultats de l'analyse sont exprimés par les rapports : fer à l'état de sel sur fer total, pour 100.

Silicates oxydés. Action de O, Az *et de* CO^2. — Voici en premier lieu les résultats des expériences à 1300°, montrant l'effet de la concentration en fer sur la composition chimique et la coloration des silicates préalablement réduits et traités par l'air :

Teneurs en fer pour 100...	9,60.	7,09.	4,68.	2,80.	1,40.	0,79.	0,38.	0,10.
Rapports $\frac{FeO}{FeT} \times 100$..	12,9	12,8	13,1	19,7	25,0	38,2	non dosé	non dosé
Colorations............	Jaune brun foncé	Jaune brun		Vert		Vert clair	Vert très clair	Incolore

En portant sur l'axe des X les teneurs en fer et sur l'axe des Y les rapports $\frac{FeO}{FeT} \times 100$, on obtient une courbe d'allure hyperbolique. Pour déterminer les limites vers lesquelles tendent les extrémités de cette courbe, j'ai fait varier la concentration en oxygène dans les mélanges gazeux O + Az, en conservant la même température de 1300°. Ci-dessous les résultats obtenus :

Teneurs en oxygène pour 100.	100.	80.	50.	20.	4.	1,25.	Azote seul ([2]).		
Teneurs en fer pour 100....	5,20.	4,50.	4,75.	4,68.	4,30.	4,10.	4,20.	1,32.	0,30.
Rapports $\frac{FeO}{FeT} \times 100$...	12,7	13,0	12,9	13,1	18,1	25,3	35,5	47,8	59,2
Colorations............	Jaune brun				Jaune verdâtre	Vert jaunâtre	Vert foncé	Vert	Bleu verdâtre

([1]) *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 633.

([2]) Pour ces expériences, j'ai fait barboter 8l d'azote dans 10g de silicate préalablement oxydé par l'air.

Ainsi nous trouvons à l'une des extrémités de la courbe le silicate jaune-brun contenant 13 pour 100 environ de fer à l'état de FeO et à l'autre extrémité le silicate bleu titrant au moins 59 pour 100 de fer à l'état de FeO.

Tous les autres silicates oxydés intermédiaires sont plus ou moins verts (vert-bouteille) et leurs compositions sont comprises entre ces limites.

Bref, les silicates de fer oxydés offrent un exemple de dissociation ($Fe^2O^3 \rightleftharpoons 2FeO + o$) d'un système divariant, fonction de trois variables indépendantes : concentration en fer, température et pression partielle de l'oxygène.

Silicates réduits. Action de $CO^2 + CO$, *de* H *et du gaz d'éclairage.* — Partons des silicates de très faible concentration en fer, par exemple, 0,10 — 0,15 pour 100, que nous traiterons à 1300°-1325° par des mélanges gazeux $CO^2 + CO$; les couleurs de ces silicates varieront comme suit :

Teneurs en CO %.	0 à 8 ± 1.	8 ± 1 à 12 ± 1.	12 ± 1 à 65 ± 2.	65 ± 2 à 89 ± 2.	89 ± 2 à 100.
Colorations....	premier bleu	vert clair	jaune	vert clair	second bleu

Augmentons progressivement la concentration en fer en conservant la même température. Avec une teneur de 0,50 pour 100 de Fe, le second bleu est remplacé par le vert; le jaune devient jaune-verdâtre; le premier bleu reste, mais les limites des mélanges gazeux qui lui donnent naissance se rétrécissent : de 0 à 5 pour 100 de CO, au lieu de 0 à 8. Quand la teneur en fer atteint 1 pour 100, le premier bleu persiste encore, les autres deviennent vert-cru. Pour les teneurs en fer supérieures à 2 pour 100, le premier bleu devient vert-noir, les autres restent vert-cru.

L'action de l'hydrogène est comparable à celle de CO. Le gaz d'éclairage de la ville de Paris (contenant du méthane) agit plus énergiquement en donnant des silicitates bleu-vert pour les concentrations en fer inférieures à 2 pour 100, et des globules métalliques, pour les teneurs supérieures à ce chiffre. Voici quelques résultats d'analyses des silicitates réduits à 1300° :

Mélanges gazeux pour 100 ...	$CO^2 = 100$.			$CO^2 = 40$; $CO = 60$.				$CO = 100$.		$H = 100$.	
Teneurs en fer pour 100......	5,56.	1,47.	0,70.	5,80.	3,29.	1,68.	0,40.	5,70.	2,83.	5,90.	3,10.
Rapports $\frac{FeO}{FeT} \times 100$....	72,3	67,5	66,3	96,8	98,0	99,5	100	100,50	101,2	102,3	104
Colorations	Vert noir	Bleu vert	Bleu	Vert cru foncé	Vert	Vert	Jaune	Vert	Vert	Vert	Vert

On voit que la proportion de fer à l'état de FeO dans les silicates bleus (premier bleu) tend vers 66 pour 100, ce qui correspondrait à 4FeO,

Fe^2O^2; le silicate jaune correspond certainement à FeO; d'autre part, CO, H, et le gaz d'éclairage donnent des silicates où les rapports $\frac{FeO}{FeT}$ sont supérieurs à 1. J'explique ces derniers résultats par l'existence d'un sous-oxyde, de degré d'oxydation inférieur à Fe O et de pouvoir réducteur supérieur à ce dernier. Ce sous-oxyde correspondrait au second silicate bleu. On obtient celui-ci en concentration appréciable en traitant par CO le fer électrolytique fondu sous une couche de silicate de soude. Pour le bleu ainsi préparé, j'ai trouvé le rapport $\frac{FeO}{FeT} \times 100 = 114,2$, sa teneur en fer étant 1,57 pour 100.

Conclusions. — Il n'existe pas à proprement parler de silicate de Fe^2O^3, car cet oxyde se dissocie partiellement dès sa mise en solution. Je n'ai pas trouvé non plus de silicate caractéristique correspondant à Fe^3O^4. La couleur d'un silicate est bien fonction du rapport $\frac{FeO}{FeT}$, l'intensité de la coloration dépendant de la teneur en fer. On peut considérer comme couleurs fondamentales des silicates de fer, les deux jaunes et les deux bleus. La gamme infinie des colorations vertes des silicates oxydés ou réduits proviendrait alors d'un mélange en proportions variables de ces jaunes et de ces bleus.

Il existe un silicate bleu correspondant à un sous-oxyde de fer qui est seule stable en présence de fer métallique aux températures élevées. En fait, ce sous-oxyde est presque toujours accompagné de FeO.

CHIMIE MINÉRALE. — *Étude de la dissociation des composés* $HgBr^2.2NH^3$ *et* $HgCl^2.2NH^3$. Note [1] de M. **Maurice François**, présentée par M. A. Béhal.

Dans une Note précédente, j'ai indiqué que le bromure mercurique fixe le gaz ammoniac à froid pour donner un composé de formule $HgBr^2.2NH^3$ et que le chlorure mercurique se comporte de même en donnant le composé $HgCl^2.2NH^3$.

Ce mode de formation pourrait suffire pour affirmer que les deux composés formés sont des combinaisons moléculaires de sel mercurique et de gaz ammoniac; mais la démonstration sera plus complète encore s'il est démontré que ces composés possèdent une tension de dissociation notable, les ramenant, sous l'influence d'une élévation modérée de la température, à leurs constituants : le bromure ou le chlorure mercurique et le gaz ammo-

(1) Séance du 7 octobre 1929.

niac; en un mot, s'il est démontré qu'ils se comportent comme le chlorure d'argent ammoniacal $AgCl.3NH^3$ étudié par Isambert [1].

Il n'y a pas lieu de décrire ici l'appareil classique qui sert pour ces sortes de déterminations; je dirai seulement que j'ai opéré sur des quantités importantes des deux combinaisons, quantités dépassant 50^g et susceptibles de donner environ 6^l de gaz ammoniac.

Toutes les lectures ont été faites au cathétomètre.

Dissociation du composé $HgBr^2.2NH^3$. — La décomposition de ce corps par la chaleur produit du gaz ammoniac et il a été vérifié que le gaz extrait par la pompe à mercure était complètement absorbable par l'eau et les acides dilués et ne contenait pas trace d'azote.

Les tensions observées sont très faibles jusqu'à 100°, mais croissent très rapidement ensuite. La tension est de $3^{mm},7$ de mercure à 25°; elle est de 731^{mm} à 184° et atteint la pression atmosphérique vers 186°.

Au cours des refroidissements qui séparaient chacune des mesures, le gaz ammoniac produit par l'élévation de la température est rapidement réabsorbé par la matière en expérience, et la tension reprend la valeur de $3^{mm},7$ pour la température à 25°. Il en est de même si l'on produit le refroidissement par paliers; on retrouve les tensions observées en température ascendante. Enfin les valeurs observées pour les tensions se sont maintenues constantes pour les mêmes températures lorsqu'on a enlevé par le jeu de la pompe à mercure du gaz ammoniac, et ainsi jusqu'à ce qu'on eût enlevé 5^l. On a alors mis fin à l'expérience.

Les résultats obtenus sont résumés dans le tableau suivant :

Action de la chaleur sur $HgBr^2.2NH^3$.

Températures.	Tensions.	Températures.	Tensions.
°	mm	°	mm
15	3,7	124	33,7
60	5,5	150	130,0
77	7,2	176	498,7
100	12,7	184	731,1

Dissociation du composé $HgCl^2.2NH^3$. — La technique employée est la même que pour le composé du bromure mercurique.

Le gaz qui se dégage sous l'influence de l'élévation de température est du gaz ammoniac pur. Les tensions sont plus faibles que pour le composé du bromure mercurique et la pression atmosphérique n'est atteinte qu'à 239°.

---

[1] Isambert, *Comptes rendus*, 66, 1868, p. 1259.

Action de la chaleur sur $HgCl^2.2NH^3$.

Températures.	Tensions.	Températures.	Tensions.
25°	1,9 mm	175°	38,4 mm
50	2,4	200	147,1
75	2,7	210	280,8
100	4,1	220	423,7
125	6,1	225	532,4
250	14,6	239	760,0

Conclusion. — Il résulte de cette étude que les deux composés $HgBr^2.2NH^3$ et $HgCl^2.2NH^3$ se forment par fixation du gaz ammoniac à froid sur les deux sels mercuriques secs $HgBr^2$ et $HgCl^2$. Sous l'influence de la chaleur, ils se dissocient en régénérant du gaz ammoniac et les sels $HgBr^2$ et $HgCl^2$.

Ce mode de formation joint à ce mode de décomposition indique que les deux composés étudiés sont des combinaisons moléculaires analogues au chlorure d'argent ammoniacal d'Isambert.

Elles ne sauraient donc en aucune façon s'écrire suivant la notation de Pesci

$$Hg^2NBr.3NH^4Br.$$

ni

$$Hg^2NCl.3NH^4Cl.$$

CHIMIE MINÉRALE. — *Contribution à l'étude des procédés Müntz sur la nitrification.* Note [1] de M. **A. Pereira Forjaz**, présentée par M. C. Matignon.

A côté des procédés Birkeland, Schönherr, Haber, Fauser, Claude, Casale, Kuhlman, Ostwald, Frank, Caro, Bucher, Serpeck, les procédés Müntz sont destinés à préparer l'acide azotique et les azotates à partir des azotites, lesquels sont préparés, à leur tour, par des *bactéries nitrifiantes*.

Dans la biochimie de la fixation de l'azote atmosphérique interviennent peut-être des catalyseurs minéraux. Quels sont-ils? Nous avons eu recours à la spectrochimie pour tâcher de résoudre ce problème et employé un grand spectrographe de Cornu, avec système optique de quartz (collimateur avec objectif de 40^{mm} de diamètre et 324^{mm} de distance focale, chambre photographique avec objectif de 45^{mm} de diamètre et 620^{mm} de distance focale); comme *spectre témoin*, le spectre obtenu avec l'*alliage de Edder* et comme *producteur d'étincelles*, un appareil en quartz de Gramont.

Dans nos recherches nous avons employé le *Cytisus proliferus*, var. *palmensis*, avec de grandes nodosités dans les racines. Nous avons séparé les

(1) Séance du 7 octobre 1929.

nodosités des racines et les avons incinérées séparément. Ensuite, nous avons traité les résidus dans des capsules de platine, par l'acide chlorydrique et avons évaporé en *bain-marie*; nous avons soumis les résidus à l'action de l'alcool bouillant à 97°, évaporé, traité encore avec une solution aqueuse d'acide chlorydrique. Cette dernière solution a été employée à l'obtention d'un spectre de flamme avec décharge condensée.

Les *spectrogrammes* ont été obtenus avec des plaques panchromatiques *antihalo*; les mesures ont porté sur les raies *non communes* aux deux spectres, celui des nodosités et celui des racines du *Cytisus*.

Résultats. — Nous avons employé les raies suivantes de l'alliage de Edder, en attribuant des longueurs d'onde qui sont en relation avec les dernières valeurs admises comme nous indiquons.

Tableau I.

4058,0 (Pb)	4057,8	2802,1 (Pb)	2802,0
4019,0 (Pb)	4019,6	2748,8 (Cd)	2748,7
3740,0 (Pb)	3740,0	2573,1 (Cd)	2573,0
3261,2 (Cd)	3261,0	2476,5 (Pb)	2476,4
3076,0 (Zn)	3075,9	2329,0 (Cd)	2329,3
2980,8 (Cd)	2980,6	2313,0 (Cd)	2312,9
2873,0 (Pb)	2873,3		

Tableau II.

Longueurs d'onde calculées *des raies appartenant aux spectres des* nœuds, *incinérés, des racines du* Cytisus proliferus, *var.* palmensis, *non communes avec les spectres des racines incinérées du même* Cytisus.

6708,0	3369,9	2903,0	2403,9	2327,7
4027,4	3290,0	2751,8	2389,7	2318,7
3903,1	3057,6	2567,7	2375,0	2288,1
3956,2	2961,6	2548,0	2366,7	2286,0
3384,6	2912,0			

Tableau III.

Identification des raies inconnues.

6708,0 (Li)	6707,9	2567,7 (Al)	2568,0
4027,4 (?)	–	2548,0 (?)	–
3903,1 (Mo)	3903,0	2403,9 (Mo)	2403,6
3856,2 (Fe)	3856,4	2389,7 (Co)	2388,9
3384,6 (Mo)	3384,6	2375,0 (Ni)	2375,4
3369,9 (Ni)	3369,6	2366,7 (Al)	2367,1
3290,0 (Pt)	3290,2	2327,7 (Fe)	2327,4
3057,6 (Ni)	3057,7	2318,7 (Al)	2319,0
2961,6 (Cu)	2961,2	2288,1 (As)	2288,1
2912,0 (Mo)	2911,9	2286,0 (Ni)	2287,1
2903,0 (Mo)	2903,1	» (Co)	2286,2
2751,8 (Cr)	2751,9		

Conclusion. — Les *éléments spécifiques* de la biocatalyse seraient le *Molybdène*, le *Nickel* et le *Cobalt* (?).

ENTOMOLOGIE. — *La chétotaxie de l'aile de* Limosina pusilla *Meig. du point de vue des caractères sexuels secondaires.* Note de M. L. **Mercier**, présentée par M. E.-L. Bouvier.

Limosina (*Coprophila*) *pusilla* Meig. (Diptère. *Borboridæ*) vole du printemps à l'automne à la surface des excréments de chevaux fraîchement émis. Quoique très abondant dans les stations où il existe, il est, fait curieux, rarement représenté dans les collections (Duda, 1918) (¹).

Le mâle de ce diptère offre, dans ses ailes, un caractère sexuel secondaire remarquable qui a déjà retenu l'attention des diptérologistes. Le bord postérieur de celles-ci (*fig.* A) présente, vers la pointe, une échancrure arrondie bordée d'une série de treize à quatorze soies très longues (*f*) et possédant une conformation particulière. Chacune d'elles est constituée d'une forte hampe qui s'amincit progressivement en un flagellum doué d'une certaine souplesse.

Chez l'insecte au repos ou mort, ces soies flagellifères sont appliquées contre la face inférieure de l'aile. Les ailes de la femelle ne présentent ni l'échancrure, ni les grandes soies caractéristiques du mâle.

Mais, en plus des soies flagellifères, il existe sur l'aile de *L. pusilla* un autre caractère sexuel secondaire que m'a révélé l'étude microscopique de celle-ci. On sait que les ailes des Diptères, comme celles des autres Insectes holométaboles, portent habituellement deux sortes de soies : les *microtrichia* et les *macrotrichia* (Tillyard, 1918) (²). D'après Hendel (1928) (³), chez les Diptères d'origine relativement récente, les *microtrichia* existent sur les nervures et principalement sur la surface membraneuse de l'aile, alors que les *macrotrichia* ne s'observent, le plus souvent, que sur les nervures longitudinales et leurs ramifications.

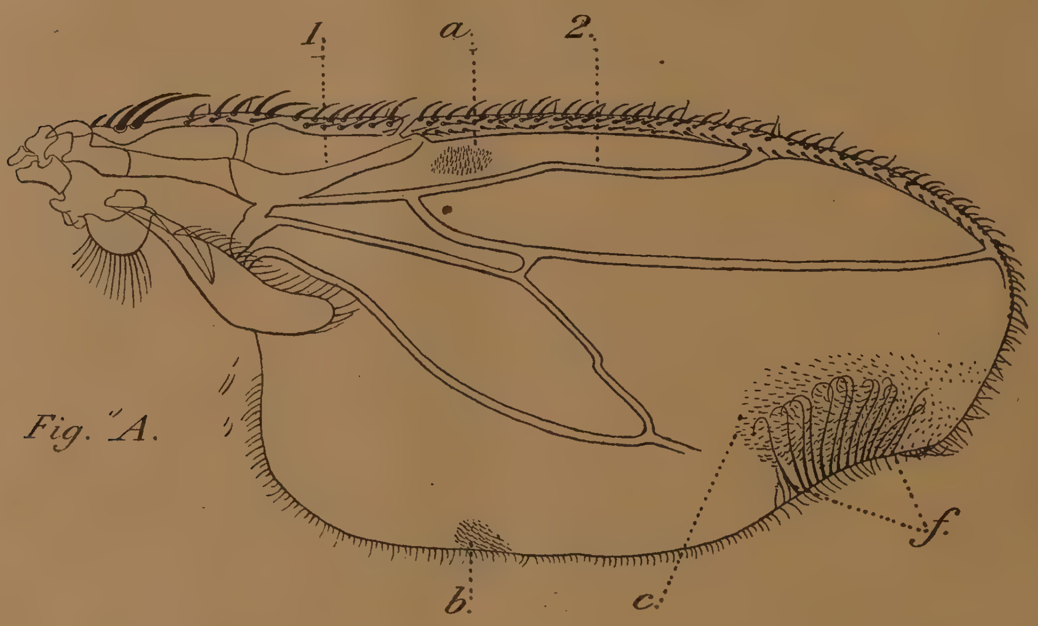
J'ai vérifié cette répartition des soies de l'aile chez de nombreuses espèces du genre *Limosina* Macq. J'ai ainsi constaté que chez *L. lutosa* Stenh., *L. fuscipennis* Hal., *L. cœnosa* Rond., *L. humida* Hal., *L. coxata* Stenh., *L. zosteræ* Hal., *L. silvatica* Meig., par exemple, les *microtrichia* existent dans toute l'étendue de la surface membraneuse des ailes.

(¹) O. Duda, *Revision der europaïschen Arten der Gattung* Limosina *Macq.* (*Dipteren*) (*Abh. der K. K. Zool. Botan. Gesellsch. in Wien.*, 9, 1, 1918, p. 206).

(²) R. J. Tillyard, *The panorpoid complex.* Part 2, *The wing trichiation and its relationship to the general scheme of venation* (*P. Linn. Soc. N. S. W. Sydney*, 43, 1918, p. 626).

(³) Fr. Hendel, *Die Tierwelt Deutschlands.* 11 *Teilzweiflügler oder Diptera.* II. *Allgemeiner Teil* (Iena, G. Fischer, 1928).

Or, si l'on examine les ailes d'une femelle de *L. pusilla*, on constate que les *microtrichia* sont localisées en deux îlots situés, l'un (*a*) dans l'angle formé par les nervures longitudinales 1 et 2, l'autre (*b*) sur le bord postérieur de l'aile. Mais chez le mâle, en outre de ces deux îlots de *microtrichia*, il en existe un troisième (*c*). Ce dernier est situé (*fig.* A) au niveau de l'insertion des soies flagellifères; il est plus étendu et moins bien délimité que les deux premiers.



Aile du mâle de *L. pusilla* Meig. — × 90 (réduit de 1/3 environ); *f*, soies flagellifères; *a*, *b*, *c*, les trois îlots de *microtrichia*.

Cette étude de l'aile de *L. pusilla* nous conduit aux conclusions suivantes :

1° En outre de la conformation, les ailes de cette espèce présentent dans leur chétotaxie deux caractères sexuels secondaires remarquables. D'une part, certaines *macrotrichia* du bord postérieur de l'aile du mâle sont transformées en soies flagellifères; celles-ci n'existent pas chez la femelle. D'autre part, la répartition des *microtrichia* est différente chez le mâle et chez la femelle; chez le premier, ces soies constituent trois îlots, alors que chez la seconde, elles n'en forment que deux.

2° Du fait que chez les *Muscidæ* (Hendel, *loc. cit.*) et, en particulier, chez de nombreuses espèces du genre *Limosina* Macq., les *microtrichia* existent sur toute la surface membraneuse de l'aile, il est logique d'admettre que la réduction présentée par ces soies chez *L. pusilla* est la conséquence d'une évo-

lution régressive; celle-ci étant plus accusée chez la femelle que chez le mâle. C'est peut-être une évolution de même ordre qui a déterminé la réduction des *microtrichia* chez les *Asilidæ* et leur disparition chez certains *Syrphidæ*.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Influence de la concentration ionique du milieu sur l'activité de l'amylase du sérum de cheval.* Note [1] de M. **Brocq-Rousseu**, Mme **Z. Gruzewska** et M. **G. Roussel**, présentée par M. L. Bouvier.

Nous avons présenté dans une communication antérieure [2] les résultats de la première série d'expériences, sur les variations de l'activité de l'amylase du sérum, au cours de saignées successives.

Les expériences de la *deuxième série* ont été faites avec les sérums de 12 saignées successives de 4 chevaux, et avec ceux de 20 saignées d'un même cheval. Les sérums étaient analysés au fur et à mesure des saignées. Le mélange amidon-sérum était amené avec $HCl\,\frac{1}{10}\,N$ au pH 6,4, le plus favorable à l'activité de l'amylase. Le sucre libre (en faible quantité) des sérums a été retranché du sucre trouvé.

Nous donnons ici, à titre d'exemple, deux courbes de cette série qui résument les résultats obtenus. Les saignées successives sont indiquées sur l'abscisse, et le glucose trouvé, qui indique l'activité de l'amylase, figure sur l'ordonnée en milligrammes pour 100.

Conclusions : 1° Quelle que soit la quantité des saignées effectuées successivement sur un animal, on trouve toujours de l'amylase dans le sérum;

2° Nous nous sommes assurés également de l'existence de la maltase;

3° L'allure générale de la courbe figurant l'activité de l'amylase du sérum au cours de saignées successives, présente, quel que soit le pH du milieu, le même aspect dans les deux séries d'expériences. Le pH 6,4 n'influe que sur l'amplitude des fluctuations indiquant un rendement plus élevé en sucre;

4° La courbe du sucre trouvé, qui exprime l'activité de l'amylase d'une série de sérums d'un même animal, n'est pas une ligne droite. Elle présente des fluctuations d'une saignée à l'autre, et des variations individuelles. Elle s'abaisse entre la quatrième et la neuvième saignée pour se relever ensuite, cependant le taux du sucre obtenu avec les sérums des saignées suivantes n'atteint que rarement [3] celui des premières saignées.

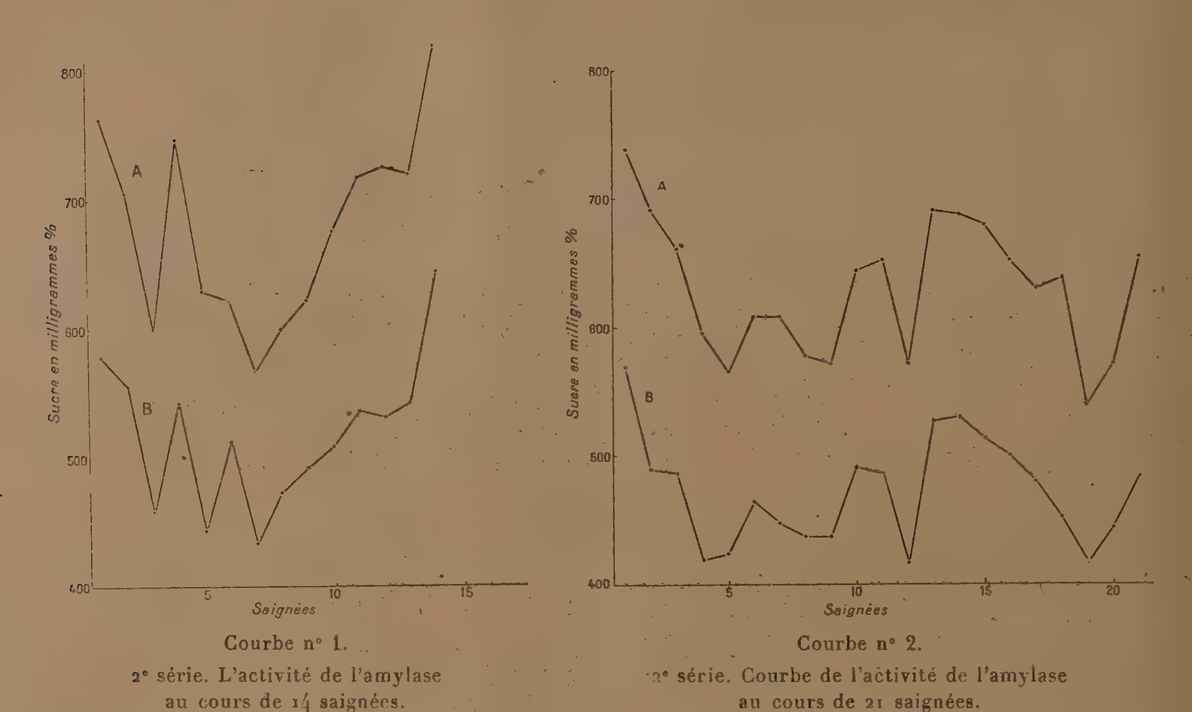
---

(1) Séance du 23 septembre 1929.

(2) *Comptes rendus*, 189, 1929, p. 501.

(3) Une seule exception à signaler dans la deuxième série où le taux du sucre obtenu avec le sérum de la quatorzième saignée (0g,817 °/0) dépasse celui de la première saignée (0g,761 °/0). Voir la courbe.

5° Nous pouvons admettre : soit que la quantité du ferment subit des variations au cours des saignées, soit que l'activité de l'amylase, exprimée en sucre obtenu, n'est que la résultante de deux forces actives qui se contrarient mutuellement, l'action du ferment hydrolysant et l'influence des



Courbe n° 1.

2° série. L'activité de l'amylase au cours de 14 saignées.
A, quantité de sérum double de celle de B.

Courbe n° 2.

2° série. Courbe de l'activité de l'amylase au cours de 21 saignées.
A, quantité de sérum double de celle de B.

substances empêchantes contenues dans le sérum en plus ou moins grande quantité;

6° Dans un sérum stérile, conservé à la glacière pendant 5 à 6 mois, l'amylase, tout en perdant un peu de son activité, est capable d'hydrolyser l'empois d'amidon;

7° Nous avons établi, par une série d'expériences, l'absence totale du ferment glycolytique dans nos sérums. Ce fait indique que nos résultats n'ont pas été troublés par la présence de ce ferment et, d'autre part, il confirme les observations de Meyerhof sur la grande fragilité du ferment glycolytique.

CHIMIE PHYSIOLOGIQUE. — *Les échanges d'ions entre cellules de levures et solutions de nitrate de plomb.* Note de M. **Paul Génaud**, présentée par M. Molliard.

L'étude précédemment faite (¹) des échanges d'ions entre cellules de levures et solutions de chlorure d'ammonium a montré que la loi d'action de masse était susceptible de rendre compte des équilibres ioniques entre une cellule de levure et le milieu où elle baigne. Ces expériences ont été répétées avec un ion bivalent, le plomb, qui se prête à un dosage à la fois rapide et sensible, et de plus à une localisation précise à l'intérieur de la cellule. Ces nouvelles recherches ont montré que le plomb pénètre dans la cellule par voie d'échange d'ions, comme l'ammonium, que cet échange obéit à la loi d'action de masse, enfin que ce métal lourd est susceptible de déplacer la presque totalité des constituants minéraux de la cellule. D'autre part, le plomb est fixé, dans la cellule vivante, essentiellement sur la membrane et les vacuoles, le protoplasme ne fixant pas de quantités visibles, ou mesurables, de plomb.

Dans la cellule morte au contraire, le protoplasme fixe de grandes quantités de plomb.

1° *Échange de l'ion* Pb *contre les ions de la levure.* — Le lavage de la levure par la solution de $(NO^3)^2Pb$ fait apparaître dans la solution des ions K et Ca, en quantités telles que la somme de ces deux ions perdus par la cellule soit, aux erreurs d'expériences près, équivalente à la quantité de l'ion Pb qui a pénétré dans la cellule. Le tableau suivant montre l'équilibre ionique atteint après échanges, C_0 représentant les valeurs initiales de la concentration de l'ion Pb, C_x les valeurs de cette concentration au bout d'une heure environ; les molécules de Pb et de Ca comptent pour 2 ions :

C_0(Pb).	C_x(Pb).	$C_0 - C_x$.	(K).	(Ca).	(K) + (Ca).
1000	728	272	141	115	256
500	244	256	120	110	230
250	19	231	100	120	220
200	7	193	76	130	206

L'analyse des substances minérales contenues dans la levure avant et après lavage montre que la teneur en K et Ca de la levure a diminué d'une quantité sensiblement égale à la quantité d'ions K et Ca apparue dans la

(¹) *Comptes rendus*, **188**, 1929, p. 1513.

solution. Le plomb est donc fixé dans la cellule par un phénomène d'échange d'ions, exactement comme l'ammonium.

2° *La vitesse d'absorption et la localisation de l'ion* Pb *dans la cellule vivante.* — Des essais répétés ont montré que la vitesse d'absorption du plomb se divise en deux phases, la première pratiquement instantanée, la seconde lente au contraire. Ainsi, 50^g de levure fraîche placés dans un litre de solution de $(NO^3)^2Pb\frac{M}{2000}$ ont absorbé au bout de :

1	5	10	20	30	40	50	60	120	240 minutes
45	45	45	50	55	60	67	70	70	70 pour 100 Pb

Comme l'avait admis M. H. Devaux [1], l'absorption quasi instantanée de la première minute est un phénomène de membrane.

Les levures traitées par Na^2S ne montrent, en effet, au début de l'expérience, qu'une coloration grise de la membrane. Au bout de 20 à 30 minutes de séjour dans la solution de Pb, il apparaît au contraire par Na^2S une coloration noire des vacuoles. La seconde partie du phénomène correspond donc à la pénétration du Pb à l'intérieur de la cellule et à sa fixation sur les vacuoles. Ainsi le Pb, d'une manière générale les ions que possède la cellule de levure vivante ne sont pas distribués d'une manière quelconque dans la cellule, mais concentrés principalement sur la membrane et dans les vacuoles, la membrane en fixant la plus grande partie.

3° *Lavages successifs et saturation des cellules par le plomb.* — 20^g de levure fraîche sont agités pendant une demi-heure au contact de 200^{cm^3} de solution de $(NO^3)^2Pb\frac{M}{200}$; on laisse décanter, on remplace la solution de Pb usée par une solution fraîche; on répète l'opération jusqu'à ce que les cellules n'absorbent plus de Pb. Une expérience parallèle est conduite avec des cellules de levures tuées.

La quantité totale de Pb qui sature 100^g de levure vivante fraîche est de $1^g,525$, celle qui sature 100^g de levures mortes est de $5^g,95$. 100^g de cellules vivantes de levure peuvent fixer 0,015 ion-gramme, ce qui correspond comme ordre de grandeur à la totalité des ions de métaux que l'analyse révèle dans les cendres de la levure normale. Par la voie des échanges d'ions, il est donc possible de modifier entièrement la composition minérale de la cellule de levure. Pourtant, l'aspect microscopique, l'intensité respiratoire des cellules saturées de Pb restent normaux; Na^2S révèle toujours le Pb localisé sur la membrane et les vacuoles. Les cellules mortes fixent au contraire le Pb sur la totalité de leur protoplasme.

---

[1] H. Devaux, *Nouvelles recherches sur l'absorption et le déplacement du plomb dans une plante vivante* (*Proc.-verb. Soc. Sc. phys. Bordeaux*, 1920-1921, p. 186).

HISTOPATHOLOGIE. — *Sur le mécanisme de la silicose pulmonaire. Influence sur les cellules cultivées* in vitro *des poussières siliceuses provenant du travail au rocher dans les mines de houille.* Note de MM. **A. Policard**, **S. Doubrow** et **M. Boucharlat**, présentée par M. F. Mesnil.

On admet classiquement qu'une des causes des altérations du poumon observées chez les mineurs qui attaquent les roches quartzeuses au marteau piqueur (silicose des mineurs) réside surtout dans une action nocive, de nature chimique, sur le tissu pulmonaire, des particules siliceuses inhalées en grandes quantités pendant ce travail. Gye et Kettle [1], Mavrogordato [2], etc. ont attribué cette action à la lente solubilité de la silice dans les tissus, toujours légèrement alcalins.

Pour préciser ce mécanisme, nous avons étudié l'action *in vitro* sur des cultures de tissu, des poussières siliceuses recueillies dans une mine. Nous avons utilisé des cultures de poumon d'embryon de poulet (2 semaines), faites en grand nombre suivant la technique de Borrel. Au mélange de plasma et d'extrait embryonnaire, était ajoutée une suspension stérile de ces poussières dans du liquide de Tyrode. Les poussières avaient été recueillies par le Dr Magnin dans les galeries d'une houillère du Gard, pendant l'attaque, au marteau piqueur, de bancs d'un grès quartzeux très dur. Les poussières, en suspension dans le Tyrode, à raison de 5^{cm^3} pour 2^{cm^3} de liquide, étaient stérilisées par tyndallisation. Au milieu de culture, on ajoutait le liquide opalescent qui surnageait après agitation du mélange, dans la proportion de 2 à 20 gouttes par centimètre cube de milieu.

Morphologiquement, les poussières sont de deux types : de petites granulations plus ou moins sphériques, de 1 à 5^{μ}, d'aspect noirâtre en lumière transmise, et des particules claires, transparentes, souvent biréfringentes et offrant deux formes : soit des aiguilles très fines et très aiguës, de 1 à 10^{μ}, soit des lamelles ou éclats conchoïdes, de 5 à 15^{μ}, très coupants.

Le mélange des poussières et du milieu n'est jamais très homogène. Au moment de la prise du plasma, les particules tendent toujours à s'agglutiner plus ou moins en petits amas. Mais en fait il y a des points où il reste dans le milieu suffisamment de particules isolées.

Les cultures, sans repiquages, sont observées quotidiennement pendant

---

(1) Gye et Kettle, *Silicosis and miner's phthisis* (*Brit. Journ. exp. Path.*, 3, 1922, p. 241).

(2) Mavrogordato, *Experiments on the effects of dust inhalation* (*Journ. of Hygiene*, **17**, 1918, p. 439).

3 ou 4 jours, puis elles sont fixées et colorées par la méthode habituelle.

L'addition de poussières siliceuses ne modifie pas la poussée des cellules, au moins au début. Les cultures ayant reçu de 1 à 10 gouttes de suspension de poussières se développent avec la même vitesse et la même intensité que les cultures témoins. Cependant à des doses plus fortes, 20 gouttes de suspension par centimètre cube de milieu, il y a ralentissement extrême et même arrêt complet de la croissance. On n'observe pas de stimulation de la culture comme cela a été signalé par Solowiev et Pinus ([1]) avec la terre à diatomées (Kieselguhr) et les cultures de cellules spléniques.

Les particules siliceuses sont phagocytées par les macrophages de la culture, spécialement les particules sphériques. Celles-ci ne provoquent aucune modification apparente dans les cellules qui les ont englobées.

Au contraire, les cellules, qui, plus rarement, ont absorbé des éclats en aiguilles ou conchoïdes paraissent assez souvent en voie d'altération. Le cytoplasma semble se granuliser. La cellule n'est pas morte, mais paraît malade.

Fréquemment, on observe des amas de trois ou quatre cellules plus ou moins fusionnées, qui ont englobé un nombre assez considérable de particules siliceuses. Ces particules sont comme agglutinées par une substance qui semble être du cytoplasma dégénéré.

Les poussières siliceuses ne paraissent donc pas être inoffensives pour les cellules, au moins celles de ces poussières qui sont constituées de quartz assez pur, en forme d'aiguilles et de lamelles coupantes. Mais cette action vulnérante est certainement lente, car les altérations observées dans les cellules sont minimes. Il est vrai que la durée d'observation des cultures n'est pas très longue, de quatre jours au plus.

Ces faits expérimentaux tendent à confirmer la conception qui rapporte l'origine des troubles de la silicose pulmonaire à une action toxique lente de la silice, dissoute peu à peu.

MÉDECINE EXPÉRIMENTALE. — *Quelques données expérimentales sur le virus de la dengue.* Note ([2]) de MM. **Georges Blanc** et **J. Caminopetros**, présentée par M. Roux.

I. *Action du sérum de convalescents de fièvre jaune sur le virus de la dengue.* — En 1903, Marchoux, Salimbeni et Simond ([3]) ont montré que le sérum

---

([1]) Solowiev et Pinus, *Influence de la terre à diatomées sur la croissance des cultures de tissus* (*C. R. Soc. Biol.*, 99, 1928, p. 546).

([2]) Séance du 7 octobre 1929.

([3]) Marchoux, Salimbeni et Simond, *Ann. Inst. Pasteur*, 17, 1903, p. 665.

de convalescents de fièvre jaune donne à l'homme une forte immunité contre l'inoculation expérimentale. Plus tard, Stokes Bauer et Hudson [1], puis Hudson, Bauer et Philip [2] ont montré que ce sérum de convalescents protège le singe (*Macacus rhesus*), même à faible dose (de 0,1 à 1^{cm^3}) contre une inoculation sévère de virus amaryllique. Partant de ces faits, nous avons cherché à connaître si, comme l'ont affirmé certains auteurs, il y avait parenté entre la dengue et la fièvre jaune, en étudiant l'action qu'avait le sérum antiamaryllique sur le virus de la dengue.

Dans une première série d'expériences faite avec Giroud [3], nous avons constaté qu'un sérum antiamaryllique préparé par Pettit sur cheval et qu'un sérum préparé par nous-mêmes sur lapin n'avaient aucun pouvoir préventif vis-à-vis du virus de la dengue.

Grâce à l'amabilité de notre collègue H. de Beaurepaire-Aragao nous avons pu étudier également l'action du sérum de convalescents de fièvre jaune sur ce même virus de dengue. Voici nos expériences :

1° Un sujet volontaire reçoit sous la peau du flanc droit, le 15 juillet, 2^{cm^3} de sérum de convalescent de fièvre jaune prélevé le 3 mai, en même temps il est inoculé à l'autre flanc avec 1^{cm^3} de sérum virulent de malade atteint de dengue. Neuf jours plus tard la dengue est manifeste.

2° Un autre sujet volontaire est inoculé, le 16 juillet, avec un mélange de 4^{cm^3} de sérum de convalescent de fièvre jaune, prélevé le 3 mai, et de 1^{cm^3} de sérum virulent provenant d'un malade atteint de dengue. Le contact entre le sérum de convalescent et le sérum virulent a été de 1 heure à 37° et de 3 heures à 25°.

Cette fois encore le sérum de convalescent de fièvre jaune reste sans effet; le sujet volontaire présente les premiers symptômes de dengue le 23 juillet.

II. *De la filtration du virus de la dengue contenu dans l'organisme du Stégomya.* — Stokes, Bauer et Hudson ont montré [4] que le virus de la fièvre jaune, qui traverse aisément les filtres Berkfeld et Seitz lorsque le produit filtré est du sérum de malade, ne passe plus à travers ces filtres, même les plus poreux et sous forte pression, si le produit virulent est une émulsion aqueuse de Stégomyas infectés, broyés en eau physiologique. Nous avons fait la même expérience avec des Stégomyas infectés de virus de la dengue, et vu que ce virus, même dans l'organisme du moustique, reste très filtrable. Voici une expérience :

---

(1) Stokes, Bauer et Hudson, *Amer. J. of Trop. Med.*, 8, 1928, p. 103.

(2) Hudson, Bauer et Philip, *Amer. J. of Trop. Med.*, 9, 1929, p. 1 et 225.

(3) G. Blanc, J. Caminopetros et P. Giroud, *C. R. Acad. Médecine*, 101, 1929, n° 12, p. 442.

(4) Stokes, Bauer et Hudson, *Amer. J. of Trop. Med.*, 8, 1928, p. 103.

Le 11 décembre, 9 Stégomyas infectés depuis 47 jours, et 5 Stégomyas infectés depuis 56 jours sont broyés finement, émulsionnés dans 50^{cm^3} d'eau physiologique. Le tout est filtré sur bougie L. 2. Les microbes intestinaux servant de test. Ce filtrat, qui se montre stérile par la suite, est passé le lendemain sur une nouvelle bougie plus serrée L. 3. Les deux filtrations ont été faites à la pression atmosphérique. Un volontaire est inoculé, ce même jour, par voie intraveineuse, avec 20^{cm^3} du filtrat. Sept jours plus tard commence la dengue.

III. *Persistance du virus de la dengue dans le sang des malades pendant la période fébrile. Pouvoir infectant de ce sang pour le Stégomya.* — On sait que le virus de la fièvre jaune n'est présent dans le sang des malades que pendant les trois premiers et peut-être le quatrième jour de la maladie. Nous avons recherché si, au cours de la dengue, le virus persistait dans le sang pendant toute la période fébrile. Nos expériences ont été faites sur des malades atteints de dengue expérimentale, de durée le plus souvent courte; c'est pourquoi nous avons limité nos essais au cinquième jour de fièvre.

Expérience 1. — Des Stégomyas provenant d'élevage au laboratoire et non infectés sont mis à piquer le 17 juin sur un malade qui est au cinquième jour de la dengue. La température axillaire est de 38°. Le 2 juillet, soit 15 jours plus tard, ces Stégomyas piquent un sujet neuf qui, 6 jours plus tard, commence une fièvre dengue.

Expérience 2. — Des Stégomyas d'élevage, donc non infectés, sont mis à piquer sur un malade également au cinquième jour de dengue, la fièvre est peu élevée, 37,9 à l'aisselle. 15 jours plus tard ces Stégomyas piquent un sujet neuf qui, 7 jours plus tard, fait de la dengue. Dans les deux cas des passages du sang de ces malades à d'autres sujets réceptifs ont confirmé le diagnostic de dengue.

Résumé et conclusion. — 1° Le sérum de convalescent de fièvve jaune n'exerce aucune action sur le virus de la dengne soit *in vivo*, soit *in vitro*;

2° Le virus de la dengue contenu dans l'organisme du moustique traverse facilement les bougies Chamberland L. 2 et L. 3 à la pression atmosphérique;

3° Le virus de la dengue persiste dans le sang des malades au moins jusqu'au cinquième jour de la maladie et peut infecter le Stégomya.

Ces faits s'opposent à ceux qui ont été constatés dans l'infection amarylique et séparent nettement le virus de la dengue de celui de la fièvre jaune.

La séance est levée à $16^h 45^m$.

E. P.